උසස් පෙළ සංයුක්ත ගණිතය: 2 වෙනි පත්‍රය : Part A

1. නිසලතාවයේ සිට ගමන් අරඹන වාහනයක් ගමනේ මුල් කොටස a නියත ත්වරණයෙන්ද ඉන්පසු u නියත ප්‍රවේගයෙන්ද අවසානයේදී a නියත මන්දනයෙන්ද ගමන් කර නිසලතාවයට පැමිණෙයි. මුළු ගමනේ මධ්‍යක ප්‍රවේගය $\frac{7u}{8}$ නම් ගමනේ යෙදුනු මුළු කාලයෙන් කවර භාගයක් නියත ප්‍රවේගයෙන් ගමන් කළේදැයි සොයන්න.

2. නැගෙනහිර දිශාවට තිරස් පෙතක නියත ප්‍රවේගයෙන් ගමන් කරන ළමයෙකු චලනය වන වාහනයක් ඔහුට උතුරු දිශාවේ $2d\ m$ දුරින් වන ස්ථානයක ඇති බවත් ඊට තත්පර T කාලයකට පසු එම වාහනය ඔහුට නැගෙනහිර දිශාවේ $2d\ m$ දුරින් වන බවත් දකියි. ළමයාට සාපේක්ෂව වාහනයේ පෙත අඳින්න.
ඒනයින්, ළමයාත් වාහනයත් අතර කෙටිතම දුර $\sqrt{2}\,d\ m$ බව පෙන්වන්න.

3. ස්වභාවික දිග a සහ ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය $3mg$ වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරක් වන O අචල වන අතර අනෙක් කෙළවරට ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් සම්බන්ධ කර ඇත. ආරම්භයේදී O ට සිරස්ව පහළින් P වන පරිදි සහ $OP = 2a$ වන ලෙස අංශුව නිශ්චලතාවයේ තබා එම පිහිටුමේ සිට සිරුවෙන් මුදා හරිනු ලැබේ. තන්තුව යාන්තමින් බුරුල් වන විට අංශුවේ වේගය සොයන්න.

4. පාපැදියෙකු තම පාපැදිය, අරය a වන වෘත්තාකාර පෙතක v ඒකාකාර වේගයෙන් පැද යයි. පාපැදිය ලිස්සා නොයාමට තරම් ඝර්ෂණ බලය ප්‍රමාණවත් වේ නම් සිරසට පාපැදියේ ආනතිය සඳහා ප්‍රකාශනයක් ලබා ගන්න.

5. චතුරස්‍රයක යාබද පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය යා කිරීමෙන් සමාන්තරාස්‍රයක් නිර්මාණය වන බව පෙන්වන්න.

6. ඒකාකාර බර වෘත්තාකාර වළල්ලක්, තිරස්ව ඇති කුඩා රළු නාදැත්තක් යෙදීමෙන් සමතුලිතව එල්ලා ඇත. නාදැත්ත ඔස්සේ ඇති වළල්ලේ විෂ්කම්භයේ අනෙක් කෙළවරේ යොදන ලද වළල්ලේ තලයේම ක්‍රියා කරන P විශාලත්වයක් සහිත තිරස් බලයක් යෙදූ විට මෙම විෂ්කම්භය යටි අත් සිරස සමග θ සුළු කෝණයක් සාදයි. වළල්ල සහ නාදැත්ත අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය

$\frac{\tan\theta}{2+\tan^2\theta}$ හි අගයට වඩා කුඩා නොවන බව පෙන්වන්න.

7. A සහ B යන සිද්ධි සලකන්න. A සිද්ධිය සිදු වී ඇති විට B සිද්ධිය සිදු වීමේ සම්භාවිතාවය සඳහා ප්‍රකාශනයක් ලියන්න.

නොනැඹුරු කාසි තුනක් එකවර උඩ දමනු ලැබේ. හිසත් අගයත් යන දෙකම ලැබී ඇති විට හිස දෙකක් ලැබීමේ සම්භාවිතාවය නිර්ණය කරන්න.

8. නිවාස 40 ක් සහිත නිවාස සංකීර්ණයක නිවාස 5 ක සුරතල් සතුන් නොමැත. නිවාස 8 ක සුරතල් බල්ලෙකු බැගින් සිටියි. නිවාස 12 ක බල්ලෙකු සහ පූසෙකු බැගින් සිටිති. සසම්භාවී ලෙස තෝරා ගත් නිවසක පූසෙකු සිටීමේ සම්භාවිතාවය නිර්ණය කරන්න.

9. යම් උත්සවයකට අමුත්තන් පැමිණි මෝටර් රථවල වර්ණය අනුව ඒවා කාණ්ඩ පහකට වෙන් කර ඇත. එය ඒකමාත ව්‍යාප්තියක් වන අතර එහි මධ්‍යයනය සහ මධ්‍යස්ථය පිළිවෙලින් 3 සහ 4 වේ. එම ව්‍යාප්තිය නිර්ණය කරන්න.

10. රෝගීන් පිරිසකගේ හෘද ස්පන්දන වේගය, මිනිත්තුවට ස්පන්දනවලින් පහත ව්‍යාප්තියේ ඇති අතර එහි එක් දත්තයක් අඩුව ඇත.

ස්පන්දන වේගය	59-62	63-66	67-70	71-74	75-78
සංඛ්‍යාතය	3	5		4	2

මෙම නිරීක්ෂණ සමූහයේ මාතය ආසන්න ලෙස 67.5 බවද සංඛ්‍යාත එකිනෙකට වෙනස් බවද දනියි. අඩුව ඇති දත්තය සොයා මාතය නිර්ණය කරන්න.

OpenLearning © University of Sri Jayewardenepura Powered by Japura Media

උසස් පෙළ සංයුක්ත ගණිතය: 2 වෙනි පත්‍රය: Part B

11.(a) මෝටර් රථයක් $u\ ms^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් ගමන් ගන්නා බව දකින පොලිස් නිලධාරියෙකු රථය ඔහු පසු කරන විටම තම යතුරු පැදියට නැඟ නිශ්චලතාවයේ සිට $a\ ms^{-2}$ ඒකාකාර ත්වරණයෙන් $v\ ms^{-1}$ උපරිම ප්‍රවේගය දක්වා ගමන් කර පසුව එම ප්‍රවේගය පවත්වා ගනියි. පොලිස් නිලධාරියා $d\ m\left(d > \frac{1}{2a}v^2\right)$ දුරක් ගමන් කර රථය ආසන්නයට පැමිණෙයි. යතුරු පැදියේ සහ මෝටර් රථයේ චලිත සඳහා ප්‍රවේග කාල වක්‍ර එකම සටහනක ඇඳ, යතුරු පැදිය උපරිම ප්‍රවේගයෙන් ධාවනය වූ කාලය $\frac{d}{u} - \frac{v}{a}$ බව පෙන්වන්න.

a, v, u සහ d අතර සම්බන්ධයක් සොයා **එනයින්**

$v = \frac{ad}{u}\left[1 - \left(1 - \frac{2u^2}{ad}\right)^{\frac{1}{2}}\right]$ බව පෙන්වන්න.

11.(b) නැගෙනහිරෙන් දකුණට α කෝණයක් වූ දිශාවේ සිට v ප්‍රවේගයෙන් ඒකාකරව සුළඟක් ඇති දිනක, ගුවන් යානයක් බටහිර දිශාවට a දුරක් යාමට T_1 කාලයක්ද ආපසු ඒමට T_2 කාලයක්ද ගනියි. ගුවන් යානය බටහිර දිශාවට ගමන් කරන විට සහ ආපසු පැමිණෙන විට චලිතය සඳහා ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණ එකම සටහනක අඳින්න. ඒ ඇසුරෙන්, සුළඟ නොතිබුනි නම්, පොළොවට සාපේක්ෂව ගුවන් යානයට

$\left[v^2 + \frac{2av\cos\alpha}{T_2 - T_1}\right]^{1/2}$ වේගයක් ඇති බව පෙන්වන්න.

12.(a) අරය a වන සුමට අචල වෘත්තාකාර වළල්ලක ඇතුළත එහි පහත්ම ලක්ෂයයේ සිට අංශුවක් $\sqrt{\frac{ga}{2}}\left(1+\sqrt{3}\right)$ ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේප කරයි. යටි අත් සිරස සමඟ අංශුව θ කෝණික විස්ථාපනයක් දක්වන විට අංශුවේ වේගය සහ අංශුව සහ වළල්ලක අතර ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වය සොයන්න.

අංශුව, වළල්ලේ ඉහළතම ලක්ෂයයට පැමිණීමට ප්‍රථම වෘත්තාකාර පෙත හැර යන බව පෙන්වන්න.

අනතුරුව අංශුව වළල්ලේ කේන්ද්‍රය ඔස්සේ ගමන් කරන බවත් පෙන්වන්න.

12.(b) අංශුවක් α ආරෝහණයකින් සහ u ආරම්භක වේගයක් සහිතව ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. යම් කාලයකට පසු අංශුව තිරස් දිශාවට සහ සිරස් දිශාවට පිළිවෙලින් x සහ y විස්ථාපන සහිත වේ නම්

$y = x\tan\alpha - \frac{gx^2}{2u^2}\sec^2\alpha$ බව පෙන්වන්න.

සමබිමෙහි O ලක්ෂයයක පිහිටි උස h වූ කණුවක මුදුනෙහි $\sqrt{2kg}$ ආරම්භක වේගයක් සහිතව ඕනෑම දිශාවකට වෙඩි තැබිය හැකි තුවක්කුවකින්, සමබිමෙහි අරය $2\sqrt{k(k+h)}$ සහ O කේන්ද්‍රය වන වෘත්තයක් තුළ වන ඕනෑම ලක්ෂයයකට වෙඩි තැබිය හැකි බව ලබා ගන්න.

13.(a) P සහ Q යනු ස්කන්ධ m බැගින් වන අංශු දෙකකි. ස්වභාවික දිග l සහ ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය mg වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවකින් එම අංශු සම්බන්ධ කර තන්තුව තදව සහ P අංශුවට සිරස්ව පහළින් Q අංශුව පිහිටන සේ ඒවා සමතුලිතව තබා ඇත. මෙවිට අංශු අතර පරතරය සොයන්න.

දැන් P අංශුව සිරස්ව ඉහළට $\sqrt{2gl}$ ආරම්භක ප්‍රවේගයන් ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. t කාලයකට පසුව Q අංශුව එහි ආරම්භක මට්ටමේ සිට y විස්ථාපනයක් දක්වන අතර එවිට තන්තුවේ දිග x වේ. $\ddot{y}$ සඳහා සුදුසු සමීකරණයක් ලියන්න.

OpenLearning © University of Sri Jayewardenepura Powered by Japura Media

$\ddot{x}+\omega^2(x-l)=0$ ලෙස ලිවිය හැකි බව පෙන්වන්න. මෙහි $\omega^2=\dfrac{2l}{g}$ වේ.

$x-l=A\cos\omega t+B\sin\omega t$ බව උපකල්පනයෙන්, A සහ B නියත නිර්ණය කරන්න.

අංශු අතර වැඩිතම පරතරය $\left(1+\sqrt{2}\right)l$ බව අපෝහනය කරන්න.

13.(b) ස්කන්ධය m වන කුඩා සුමට ගෝලයක් $10\ ms^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් චලනය වෙමින් එම දිශාවටම $6\ ms^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් චලනය වන ස්කන්ධය $3m$ වන කුඩා සුමට ගෝලයක් සමග සරල ලෙස ගැටේ. ගෝල අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e වේ. ගැටුමෙන් පසු ගෝලවල වේග පිළිවෙළින් u සහ v වේ. ගෝල අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e වේ. ගැටුමෙන් පසු ගෝලවල වේග සොයන්න.

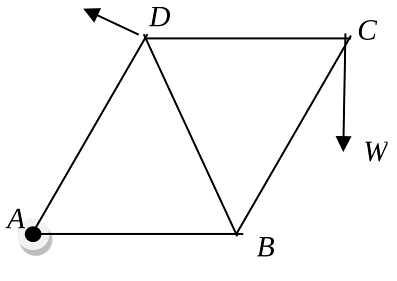
$4\le u\le 7$ බවත් පෙන්වන්න.

14.(a) $ABCD$ යනු සමාන්තරාස්‍රයක ශීර්ෂ වන අතර යම් O මූල ලක්ෂ්‍යයක් අනුබද්ධයෙන් A, B සහ C ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින් $\underline{a}$, $\underline{b}$ සහ $\underline{c}$ වේ. ACD ත්‍රිකෝණයේ කේන්ද්‍රකයේ පිහිටුම් දෛශිකය $\frac{1}{3}\left(2\underline{a}-\underline{b}+2\underline{c}\right)$ බව පෙන්වන්න.

මෙම කේන්ද්‍රකය BD රේඛාව මත බවත් පෙන්වන්න.

14.(b) $ABCD$ යනු $AB=8\,cm$ සහ $BC=6\,cm$ වන පරිදි වූ සෘජුකෝණාස්‍රයකි. AB සහ BC පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙළින් L සහ M වේ. වේ. වස්තුවක් මත ක්‍රියා කරන විශාලත්ව $4\,N$, $20\,N$, $3\,N$, $2\,N$, $10\,N$ සහ $15\,N$ වන බල පිළිවෙළින් AB, AD, CD, CB, DB සහ ML ඔස්සේ වේ. බල පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වය නිර්ණය කර එය AB පාදය සමග සාදන කෝණය සොයන්න.

15.(a) සුවලව සන්ධි කළ සැහැල්ලු සමාන දඬු පහකින් සමන්විත වන රාමු සැකිල්ලක් පහත රූපයේ දැක්වේ. සැකිල්ලේ තලය සිරස් වන ලෙස A හි දී අචල ආධාරකයකට සැකිල්ල සුමටව විවර්තනය කර ඇත. C හි දී W භාරයක් දරන අතර D හි දී AD ලම්බ දිශාවට යෙදූ බලයක් මගින් AB තිරස් වන පරිදි සැකිල්ල තබා ඇත.
D හි දී යොදා ඇති බලයේ විශාලත්වය සොයා බෝ අංකනය සමගින් දඬු මත ක්‍රියා කරන බල සඳහා ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් ඇඳ ආතති සහ තෙරපුම් වෙන් කර දක්වමින් AB, BD සහ CD දඬු මත ක්‍රියා කරන බල සොයන්න.



(b) ඇතුළත පෘෂ්ඨය සුමට සහ අරය a වූ ගෝලයකින් කේන්ද්‍රයේ 120° ක් ආපාතනය වන පරිදි තල පෘෂ්ඨයකින් කපා ගත් කොටස එහි ගැටිය තිරස් සහ එය උඩුකුරු ලෙස අචලව තබා ඇත. ඒකාකාර දණ්ඩක එක කෙළවරක් මෙම පෘෂ්ඨය ස්පර්ශ වෙමින්ද ඉතිරි කෙළවර ඉවතට නෙරා පවතින පරිදිද තිරසට 15° ක ආනතියක් සහිතව සමතුලිතව පවතියි නම් දණ්ඩේ දිග $2\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)a$ බව පෙන්වන්න.

OpenLearning © University of Sri Jayewardenepura Powered by Japura Media

16. ආධාරකයේ අරය a වන ඒකාකාර අර්ධ ගෝලාකාර පෘෂ්ඨයක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය නිර්ණය කරන්න.

ආධාරකයේ අරය $3a$ වන ඝන අර්ධ ගෝලයකින් අක්ෂ සම්පාත වන පරිදිද ආධාරකයේ අරය $2a$ වන සහ ආධාරක සම්පාත වන පරිදිද අර්ධ ගෝලකාර කොටසක් ඉවත් කරනු ලැබේ. මෙම කුහර සහිත අර්ධ ගෝලකාර කොටසේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය එහි ආධරකයේ සිට $\frac{195}{152}a$ දුරින් වන බව පෙන්වන්න.

මෙම අර්ධ ගෝලකාර වස්තුව එහි වක්‍ර පෘෂ්ඨය රළු සිරස් සහ තිරස් පෘෂ්ඨ දෙකක් හා ස්පර්ශ වෙමින් සමතුලිතව ඇත්තේ එහි අක්ෂය ඉහත තල දෙකටම ලම්බ වන පරිදිය. සිරස් පෘෂ්ඨය සහ අර්ධ ගෝලකාර වස්තුවේ වක්‍ර පෘෂ්ඨය අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය μ_1 ද තිරස් පෘෂ්ඨය සහ අර්ධ ගෝලකාර වස්තුවේ වක්‍ර පෘෂ්ඨය අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය μ_2 ද වේ. සීමාකාරී සමතුලිත අවස්ථාවේදී අර්ධ ගෝලකාර වස්තුවේ ආධාරකය තිරසට θ කෝණයක් ආනත වේ නම්

$65(1+\mu_1\mu_2)\sin\theta = 152(1+\mu_1)\mu_2$ බව පෙන්වන්න.

17.(a) A සහ B යනු Ω නියැදි අවකාශයක ස්වායත්ත සිද්ධි දෙකක් යැයි ගනිමු. A සහ B සිද්ධි ස්වායත්ත නම් $p(A)$ සහ $p(B)$ ඇසුරෙන් $p(A\cap B)$ ප්‍රකාශ කරන්න.

A' සහ B' යන සිද්ධිද ස්වායත්ත වන බව පෙන්වන්න.

X සහ Y රෝගීන් දෙදෙනෙකු යම් රෝගයකින් සුවය ලැබීමේ සම්භාවිතා පිළිවෙලින් *0.8* සහ *0.66* වේ. දෙදෙනාම සුවය ලැබීමේ සම්භාවිතාවය සහ අඩු වශයෙන් එක් අයෙකුවත් සුවය ලැබීමේ සම්භාවිතාවය සොයන්න.

X රෝගියා සුවය ලැබීවේ නම් X රෝගියාද සුවය ලැබීමේ සම්භාවිතාවයද සොයන්න.

17.(b) සිසුන් පිරිසක් ක්‍රීඩා ඉසව්වක් නිම කිරීම සඳහා ගත් කාලය පහත සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියෙන් දැක් වේ.

කාලය(තත්පර)	53 - 56	57 - 60	61 - 64	65 - 68	69 - 72	73 - 76	77 - 80
සිසුන් ගණන	3	5	10	11	5	4	2

(a) මෙම ව්‍යාප්තියේ මාතය සහ මධ්‍යස්ථය නිර්ණය කරන්න.

(b) *66.5* තත්පර උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය ලෙස ගෙන සුදුසු පරිණාමනයක් ගෙන ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය සොයන්න.

(c) *53* තත්පර සහ *78* තත්පර යන දත්තද මෙම ව්‍යාප්තියට එක් කළේ නම් ආරම්භක ව්‍යාප්තියේ සහ නව ව්‍යාප්තියේ සම්මත අපගමන ගැන අදහස් ඉදිරිපත් කරන්න.

* * *

OpenLearning © University of Sri Jayewardenepura Powered by Japura Media