

අ.පො.ස. (ලයක් පෙළ)

සංග්‍රහීත ගණිතය

ගුරු මාර්ගෝපදේශ සංග්‍රහය

13 වන ගේත්‍රිය

(2010 වසරේ කිව ත්‍රියාන්තමක වේ)



ගණන දෙපාර්තමේන්තුව
විද්‍යා හා තාක්ෂණා පිධිය
ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය
මහරගම
ශ්‍රී ලංකාව



අධ්‍යාපන පොදු සහතික පත්‍ර (ලසස් පෙල)

සංයුත්ත ගණය

ගුරු මාරුගේපදේශ සංග්‍රහය

13 වන ගේණිය

(2010 වසරේ කිට ක්‍රියාත්මක වේ)



ගණීත දෙපාර්තමේන්තුව
විද්‍යා හා කාක්ෂණ පියාය
ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය
මහරගම
ශ්‍රී ලංකාව

සංයුත්ත ගණිතය

ගුරු මාර්ගෝපදේශ සංග්‍රහය

I3 වන ශේෂීය (2010)

© ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය

ISBN

ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව
විද්‍යා හා කාක්ෂණ පිළිය
ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය

වෙබ් අඩවිය : www.nie.lk

මූලිකය:

උපදේශනය

ආචාර්ය උපාලි එම්. සේදර
අධ්‍යක්ෂ ජනරාල්, ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය
විමල් සියලුමගෙබ මයා
සහකාර අධ්‍යක්ෂ ජනරාල්, විද්‍යා හා තාක්ෂණ පීයා
ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය

අධ්‍යක්ෂණය

ලාල්. එච්. විජේසිංහ මයා
අධ්‍යක්ෂ - ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව
විද්‍යා හා තාක්ෂණ පීයා
ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය

සම්බන්ධිකරණය

කේ. ගනේෂලිංගම් මයා
12 - 13 ගණිත ව්‍යාපෘති ක්‍රේඩියම් නායක

විෂයමාලා කම්ටුව

12- 13 ගුරු ගණිතය ව්‍යාපෘති ක්‍රේඩියම්

කේ. ගනේෂලිංගම් මයා	-	ප්‍රධාන ව්‍යාපෘති නිලධාරී
ජ්. පී. එච්. ජගත් කුමාර මයා	-	ව්‍යාපෘති නිලධාරී
එම්. එන්. පී. පිරිස් මිය	-	ව්‍යාපෘති නිලධාරී
ජ්. එල්. කරුණාරත්න මයා	-	ව්‍යාපෘති නිලධාරී
ච්‍රි. අයි. ජ්. රත්නායක මිය	-	ව්‍යාපෘති නිලධාරී
එස්. රාජේන්ද්‍රන් මයා	-	ව්‍යාපෘති නිලධාරී
දිජ්ති ගුණවර්ධන මෙය	-	ව්‍යාපෘති නිලධාරී

විෂයමාලා සංස්කරණය

- මහාචාර්ය යු.එන්.ඩී. දිසානායක - මහාචාර්ය, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව පේරාදෙණිය විශ්වවිද්‍යාලය
- ආචාර්ය ඒ.ඒ.ඒස්. පෙරේරා - ජෙෂ්ඨ ක්‍රේඩියාලය, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව පේරාදෙණිය විශ්වවිද්‍යාලය
- ආචාර්ය ඕඩ්.ඩී.චිවුන්දස්කර - ජෙෂ්ඨ ක්‍රේඩියාලය, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව පේරාදෙණිය විශ්වවිද්‍යාලය
- ආචාර්ය එච්.එම්.නසීර් - ජෙෂ්ඨ ක්‍රේඩියාලය, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව පේරාදෙණිය විශ්වවිද්‍යාලය
- ආචාර්ය ඒ.ඒ.ඇයි. පෙරේරා - ජෙෂ්ඨ ක්‍රේඩියාලය, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව පේරාදෙණිය විශ්වවිද්‍යාලය

භාෂා සිංස්කරණය

රී. එච්. ගුණරත්න සිල්වා මයා, උපගුරු, බෝමිරිය මධ්‍ය මහා විද්‍යාලය, කූඩාවල පරිගණක වැන් සැකසුම

ච්‍රි. එම්. ඩම්මිකා මිය
එස්. පී. ලියනගේ මිය

පටුන

පරිචීත්දය	පටුව
01. පළමුවැනි වාරය	01-21
02. දෙවැනි වාරය	22-41
03. තුන්වැනි වාරය	42-65
04. පාසල් පදනම් කරගත් කක්සේරුව	67-84
05. නිපුණතා මට්ටම් අංකවලට අදාළ නිපුණතා මට්ටම්	85-87
06. ආශ්‍රිත ග්‍රන්ථ	88

ପାତ୍ରମୁଦ୍ରଣ ବାରଯ

සංස්කරණ ගණිතය / (ප්‍රාග්‍රැම් වාර්ය)

නිපුණතා මට්ටම	ඉගෙනුම් එල	විෂය කරුණු කරගෙන යාම සඳහා අත්වැලක්	කාල්වීමේදී ගණන
11.3	<p>1. තාත්ත්වික සංඛ්‍යාවක මාපාංකය (නිරපේක්ෂ අගය) අර්ථ දක්වයි.</p> <p>2. ලිඛිතයක මාපාංකය අර්ථ දක්වයි.</p> <p>3. ලිඛිතයක මාපාංකයේ ප්‍රස්තාර අදියි.</p> <p>4. මාපාංක සහිත අසමානතා විසඳුයි.</p>	<p>මාපාංක සහිත අසමානතා $x \in \mathbb{R}$ යැයි ගනිමු.</p> $ x = x, \quad x \geq 0$ $= -x, \quad x < 0$ <p>ලෙස අර්ථ දක්වන්න.</p> <p>$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ලිඛිතයක් යැයි ගනිමු.</p> <p>f ලිඛිතයක මාපාංකය f පහත දැක්වෙන පරිදි අර්ථ දක්වන්න.</p> $ f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $ f (x) = f(x) $ $ f(x) = \begin{cases} f(x), & f(x) \geq 0 \text{ වන } x \text{ නිශ්චිත } \\ -f(x), & f(x) < 0 \text{ වන } x \text{ නිශ්චිත } \end{cases}$ <p>ලදාහරණ මගින් විදහා දක්වන්න.</p> <p>$y = ax , \quad y = ax+b , \quad y = ax +b$</p> $y = ax+b +c$ $y = c - ax+b $ $y = ax+b \pm cx+d $ $y = ax^2 + bx + c $ <p>මෙහි $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ වන පරිදි වූ නියත වේ.</p> <p>ඉහත ආකාරවල ලිඛිතයන්හි ප්‍රස්තාර ඇදිමට සිපුන් යොමු කරන්න.</p> <p>(i) විෂයව (ii) ප්‍රස්තාරිකව</p> <p>පහත දැක්වෙන ආකාරයේ අසමානතාවල විසඳුම් කළක සෙවීමට සිපුන් යොමු කරන්න.</p> $ ax+b \geq cx+d $ $ ax+b \geq lx+m$ $ ax+b \pm cx+d \geq k$ <p>මෙහි $a, b, c, d, k \in \mathbb{R}$ වන පරිදි වූ නියත වේ.</p>	<p>06</p> <p>ව</p>

නිපුණතා මට්ටම	ඉගෙනුම් එල	විෂය කරුණු කරගෙන යාම සඳහා අත්වැලක්	කාලීයේ ගණන
27.1	<p>1. සරල රේබාවක අනුකූලණය (බැඳුම) විවරණය කරයි.</p> <p>2. සරල රේබාවක සමිකරණයේ විවිධ ආකාර ව්‍යුත්පන්න කරයි.</p>	<p>සරල රේබාව</p> <p>(x_1, y_1) සහ (x_2, y_2) ලක්ෂ්‍ය හරහා යන සරල රේබාවේ අනුකූලණය $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ ලෙස අරථ දැක්වන්න. මෙහි $x_1 \neq x_2$</p> <p>සරල රේබාවක් x අක්ෂයේ දන දිගාව සමග වාමාවර්තව සාදන කේශය ඇ නම් එම සරල රේබාවේ අනුකූලණය $m = \tan \theta$ බව පහදා දෙන්න. මෙහි $0 \leq \theta \leq \pi$, $\theta \neq \frac{\pi}{2}$</p> <p>සටහන: y අක්ෂයට සමාන්තර සරල රේබාවක අනුකූලණය අරථ නොදැක්වේ.</p> <ul style="list-style-type: none"> • අනුකූලණය m හා අන්තර්ඛේඛය c වූ සරල රේබාවක සමිකරණය $y = mx + c$ • (x_1, y_1) හරහා යන අනුකූලණය m වන සරල රේබාවක සමිකරණය $y - y_1 = m(x - x_1)$ • (x_1, y_1) සහ (x_2, y_2) ලක්ෂ්‍ය හරහා යන සරල රේබාවක සමිකරණය $y - y_1 = \left(\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \right)(x - x_1)$ • මෙහි $x_1 \neq x_2$. $x_1 = x_2$ වන විට සරල රේබාවේ සමිකරණය $x = x_1$. • x හා y අක්ෂ මත අන්තර්ඛේඛ පිළිවෙළින් a හා b වූ සරල රේබාවක සමිකරණය $bx + ay = ab$. • මූල ලක්ෂ්‍යයේ සිට සරල රේබාවට ලම්බ දුර p ද එම ලම්බය x අක්ෂයේ දන දිගාව සමග වාමාවර්තව සාදන කේශය α ද වන සරල රේබාවක සමිකරණය $x \cos \alpha + y \sin \alpha = p$ • සාධාරණ ආකාරය $ax + by + c = 0$. • ඉහත ආකාරවල සමිකරණ ලබා ගැනීමට සියුන් යොමු කරවන්න. 	05

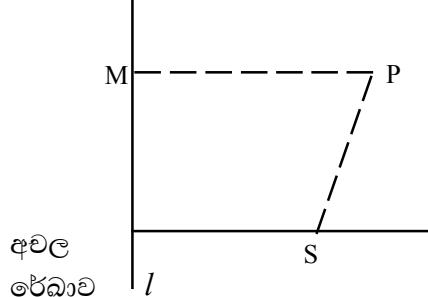
නිපුණතා මට්ටම	ඉගෙනුම් එල	විෂය කරුණු කරගෙන යාම සඳහා අත්වැලක්	ඛාලවීමේදී ගෙනක
27.2	<p>1. සරල රේඛා දෙකක ජේදන ලක්ෂණය සෞයයි.</p> <p>2. සමාන්තර නොවන සරල රේඛා දෙකක ජේදන ලක්ෂණය හරහා යන ඕනෑම සරල රේඛාවක සමිකරණය ව්‍යුත්පන්න කර ගැටු විසඳීමට හාවිත කරයි.</p>	<p>සමාන්තර නොවන සරල රේඛා දෙකක ජේදන ලක්ෂණය සේවීම සඳහා අනුරූප සරල රේඛාවල සමිකරණ විසඳිය යුතු බව පෙන්වා දෙන්න.</p> <p>$a_1x + b_1y + c_1 = 0$ සහ $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ සරල රේඛා දෙකකි ජේදන ලක්ෂණය හරහා යන සරල රේඛාවක සමිකරණය</p> $\lambda(a_1x + b_1y + c_1) + \mu(a_2x + b_2y + c_2) = 0$ <p>ආකාරයෙන් ව්‍යුත්පන්න කරන්න.</p> <p>මෙහි λ හා μ පරාමිතීන් වේ.</p> <p>ගැටු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න.</p>	02
27.3	දී ඇති සරල රේඛාවක් අනුබද්ධයෙන් ලක්ෂණ දෙකක පිහිටීම හඳුනා ගනියි.	$ax + by + c = 0$ සරල රේඛාවක් හා (x_1, y_1) සහ (x_2, y_2) ලක්ෂණ දෙකක් දී ඇති විට එම ලක්ෂණ සරල රේඛාවේ එකම පැත්තේ හෝ දෙපැත්තේ වීම අනුව $(ax_1 + by_1 + c)(ax_2 + by_2 + c) \geq 0.$ <p>බව පෙන්වා දෙන්න.</p>	02
27.4	<p>1. සරල රේඛා දෙකක් අතර කේෂය අර්ථ දක්වයි.</p> <p>2. සරල රේඛා දෙකක් අතර කේෂය සේවීමට සූත්‍රයක් ලබා ගනියි.</p>	<p>සරල රේඛා දෙකක් අතර කේෂ දෙකක් ඇති බවත් සාමාන්‍යයෙන් එකක් සූළ කේෂයක් දී අනෙක මහා කේෂයක් ද වන බවත් ප්‍රකාශ කරන්න.</p> <p>අනුකුමණ m_1, m_2 වන සරල රේඛා දෙකක් අතර සූළ කේෂය $\tan^{-1} \left \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \right$ බව ලබා ගන්න. මෙහි $m_1 m_2 \neq -1$ අනුකුමණය m_1 හා m_2 වන සරල රේඛා දෙකක්</p> <p>(i) සමාන්තර වන්නේ $m_1 = m_2$ නම් හා නම්ම පමණක් බවත්</p> <p>(ii) ලම්බ වන්නේ $m_1 m_2 = -1$ නම් හා නම්ම පමණක් බවත් පෙන්වා දෙන්න.</p>	02
27.5	1. සරල රේඛාවක පරාමිතික සමිකරණය ලියයි.	(x_1, y_1) ලක්ෂණ හරහා යන සරල රේඛාවක පරාමිතික සමිකරණය $x = x_1 + r \cos \theta, y = y_1 + r \sin \theta$ <p>බව පෙන්වන්න. මෙහි r යනු සරල රේඛාව x අක්ෂයේ දහ දිගාවත් සමග වාමාවර්තව සාදන කේෂය වේ.</p>	10

නිපුණතා මට්ටම	ඉගෙනුම් එල	විෂය කරුණු කරගෙන යාම සඳහා අත්වැලක්	කළවීමේදී ගණන
		<p>$AP = r .$</p> <p>r යනු පරාමිතියකි.</p> <p>(x_1, y_1) ලක්ෂණය හරහා යන</p> <p>$ax + by + c = 0$ සරල රේබාවේ පරාමිතික සම්කරණය</p> $\frac{y - y_1}{a} = \frac{-(x - x_1)}{b} = t$ <p>බව පෙන්වන්න.</p> <p>මෙහි t යනු පරාමිතියකි.</p> <p>2. ලක්ෂණයක සිට සරල රේබාවට ලමිල දුර සෞයයි.</p> <p>(h, k) ලක්ෂණයේ සිට $ax + by + c = 0$ සරල රේබාවට ලමිල දුර $\frac{ ah + bk + c }{\sqrt{a^2 + b^2}}$ බව පෙන්වා දෙන්න. $ax + by + c = 0$ හා $ax + by + d = 0$ සමාන්තර සරල රේබා දෙක අතර ලමිල දුර $\frac{ c - d }{\sqrt{a^2 + b^2}}$ බව අපෝහනය කරන්න.</p> <p>3. සරල රේබාවක් මත ලක්ෂණයක ප්‍රතිඵ්‍යුම් වූත්සන්න කරයි.</p> <p>$lx + my + n = 0$ සරල රේබාව මත (α, β) ලක්ෂණයක ප්‍රතිඵ්‍යුම් ය $(\alpha + lt, \beta + mt)$ බව පෙන්වන්න. මෙහි $t = \frac{-2(l\alpha + m\beta + n)}{l^2 + m^2}$.</p> <p>4. තේරුණය වන සරල රේබා දෙකක කේත් සමවේද්‍යකවල සම්කරණ ලබා ගනියි.</p> <p>$a_1x + b_1y + c_1 = 0$ හා $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ යන තේරුණය වන සරල රේබා දෙකකි කේත් සමවේද්‍යකවල සම්කරණ</p> $\frac{a_1x + b_1y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = \pm \frac{a_2x + b_2y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$ <p>බව පෙන්වන්න.</p> <p>වෘත්තය</p>	
28.1	<p>1. පථයක් ලෙස වෘත්තය අර්ථ දක්වයි.</p> <p>2. වෘත්තයක සම්කරණය ලබා ගනියි.</p>	<p>තෙයක් මත අවල ලක්ෂණයක සිට නියත දුරකින් වලනය වන ලක්ෂණයක පථය වෘත්තයක් බව අර්ථ දක්වන්න.</p> <p>අවල ලක්ෂණය වෘත්තයේ කේත්දුය බව ද නියත දුර වෘත්තයේ අරය බව ද පවසන්න.</p> <p>(a, b) කේත්දුය ද අරය r ද වන වෘත්තයක සම්කරණය $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ බව ලබා ගන්න.</p>	02

නිපුණතා මට්ටම	ඉගෙනුම් එල	විෂය කරුණු කරගෙන යාම හඳුනා අත්වැලක්	කාලචේද ගණන
		මුළු ලක්ෂණය කේත්දය වන විට එය $x^2 + y^2 = r^2$ බවට පත්වන බව ද පෙන්වන්න.	
	3. වෘත්තයක සාධාරණ සමිකරණය විවරණය කරයි.	වෘත්තයක සාධාරණ සමිකරණය $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ ආකාරය වන බව පෙන්වා එහි කේත්දය $(-g, -f)$ බව ද අරය $\sqrt{g^2 + f^2 - c}$ බව ද ලබා ගන්න. මෙහි $g^2 + f^2 - c \geq 0$ විය යුතු බව ද පැහැදිලි කරන්න.	
	4. වෘත්තයක විශ්කම්හයක දෙකෙලවර ලක්ෂණවල බණ්ඩාංක දන්නා විට වෘත්තයේ සමිකරණය සෞයයි.	(x_1, y_1) හා (x_2, y_2) ලක්ෂණ විශ්කම්හයක දෙකෙලවර වන වෘත්තයේ සමිකරණය $(x - x_1)(x - x_2) + (y - y_1)(y - y_2) = 0$ බව පෙන්වන්න.	
28.2	වෘත්තයක් අනුබද්ධයෙන් ලක්ෂණයක පිහිටීම හඳුනා ගනියි.	$P = (x_0, y_0)$ ලක්ෂය හා $S = x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ වෘත්තය දී ඇති විට ලක්ෂය වෘත්තයෙන් පිටත, මත හෝ ඇතුළත වීම අනුව $x_0^2 + y_0^2 + 2gx_0 + 2fy_0 + c \geq 0$ බව පෙන්වා දෙන්න.	01
28.3	1. වෘත්තයක් අනුබද්ධයෙන් සරල රේඛාවක පිහිටීම සාකච්ඡා කරයි.	$U = lx + my + n = 0$ සරල රේඛාව සහ $S = x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ වෘත්තය සලකමු. (i) $S = 0$ හා $U = 0$ විසඳීමේ දී ලැබෙන x හෝ y හි වර්ගජ සමිකරණයේ විවේචනය සැලකීමෙන් (ii) වෘත්තයේ අරය හා වෘත්තයේ කේත්දයේ සිට සරල රේඛාවට ඇති ලම්බ දුර සැලකීමෙන් $U = 0$ සරල රේඛාව $S = 0$ වෘත්තයට (a) පිටතින් පිහිටීම (b) ස්පර්ශ වීම (c) තේංද්‍රනය වීම (i) හා (ii) හි සඳහන් අවස්ථා දෙක ම යටතේ සාකච්ඡා කරන්න.	03

නිපුණතා මට්ටම	ඉගෙනුම් එල	විෂය කරුණු කරගෙන යාම සඳහා අත්වැලක්	කළුවේදී ගණන
	2. වෘත්තය මත ඇති ලක්ෂණයක සිට වෘත්තයට ඇදි ස්පර්ශකයේ සමිකරණය ලබා ගනියි.	$S = x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ වෘත්තය මත $P = (x_0, y_0)$ හි දී ස්පර්ශකය $xx_0 + yy_0 + g(x+x_0) + f(y+y_0) + c = 0$ බව පෙන්වා දෙන්න.	
28.4	1. වෘත්තයකට පිටතින් පිහිටි ලක්ෂණයක සිට වෘත්තයට ඇදි ස්පර්ශකයක දිග ඝොයයි. 2. බාහිර ලක්ෂණයක සිට වෘත්තයකට ඇදි ස්පර්ශකයේ සමිකරණ ලබා ගනියි. 3. ස්පර්ශකවල ස්පර්ශ ජ්‍යායේ සමිකරණය ලබා ගනියි.	$S = x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ පිටතින් පිහිටි $P(x_0, y_0)$ ලක්ෂණයේ සිට ඇදි ස්පර්ශකයක දිග $\sqrt{x_0^2 + y_0^2 + 2gx_0 + 2fy_0 + c}$ බව ලබා ගන්න. බාහිර ලක්ෂණයක සිට වෘත්තයකට ඇදි ස්පර්ශකයේ සමිකරණය ලබා ගන්න.	04
28.5	$S + \lambda n = 0$ සමිකරණය විවරණය කරයි.	$S + \lambda n = 0$ මගින් $S = 0$ වෘත්තයේ හා $n = 0$ සරල රේබාවේ තේදුන ලක්ෂණය හරහා යන වෘත්තයක සමිකරණය ලැබෙන බව පහදා දෙන්න. මෙහි n යනු පරාමිතියකි.	03
28.6	1. වෘත්ත දෙකක සාමේක්ෂ පිහිටීම විවරණය කරයි.	කේත්ද පිළිවෙළින් C_1 සහ C_2 ද අරයන් r_1 හා r_2 ද වූ වෘත්ත දෙකක් සලකමු. (i) වෘත්ත දෙක බාහිරව ස්පර්ශ වේ නම් එවිට $C_1 C_2 = r_1 + r_2$ (ii) වෘත්ත දෙක අභ්‍යන්තරව ස්පර්ශ වේ නම් එවිට $C_1 C_2 = r_1 - r_2 $ (iii) වෘත්ත දෙක තේදුනය වේ නම් එවිට $ r_1 - r_2 < C_1 C_2 < r_1 + r_2$ (iv) එක වෘත්තයක් අනෙක් වෘත්තය ඇතුළත වේ නම්, එවිට $C_1 C_2 < r_1 - r_2 $ (v) වෘත්ත දෙක එකිනෙකට බාහිරව පිහිටයි නම්, එවිට $C_1 C_2 > r_1 + r_2$	10

නිපුණතා මට්ටම	ඉගෙනුම් එල	විෂය කරුණු කරගෙන යාම සඳහා අත්වැලක්	කාලීයේ ගණන
	<p>2. වංත්ත දෙකක් ප්‍රලමිලව ජ්‍යෙෂ්ඨය වීමට අවශ්‍යතාවය ලබා ගතියි.</p> <p>3. පොදු ස්පර්ශකවල සමිකරණ සෞයයි.</p>	<p>ජ්‍යෙෂ්ඨය වන වංත්ත දෙකක ජ්‍යෙෂ්ඨ කෝණය අර්ථ දක්වන්න.</p> $S \equiv x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ සහ $S' \equiv x^2 + y^2 + 2g'x + 2f'y + c' = 0$ වංත්ත දෙක ප්‍රලමිලව ජ්‍යෙෂ්ඨය වීමට අනිවාර්ය හා ප්‍රමාණවත් අවශ්‍යතාවය $2gg' + 2ff' = c + c'$ බව ලබා ගන්න. <p>$S = 0$ හා $S' = 0$ යන එකිනෙක ස්පර්ශ වන වංත්ත දෙකක ස්පර්ශ ලක්ෂණයේ දී ඇදී පොදු ස්පර්ශකයේ සමිකරණය $S - S' = 0$ බව පෙන්වන්න.</p> <p>$S = 0$ හා $S' = 0$ වංත්ත දෙකකට ඇදී පොදු ස්පර්ශකවල සමිකරණ ව්‍යුත්පන්න කරන්න.</p>	
28.7	$S + \lambda S' = 0$ සමිකරණය විවරණය කරයි.	$S \equiv x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ සහ $S' \equiv x^2 + y^2 + 2g'x + 2f'y + c' = 0$ වංත්ත දෙක සලකමු. <p>(a) $S = 0$ හා $S' = 0$ වංත්ත ජ්‍යෙෂ්ඨය වන විට $S + \lambda S' = 0$ මගින් $\lambda \neq -1$ වන විට $S=0$ හා $S'=0$ වංත්තවල ජ්‍යෙෂ්ඨ ලක්ෂණය හරහා යන වංත්ත නිරුපණය කරයි. මෙහි λ යනු පරාමිතියකි. $\lambda = -1$ වන විට $S = 0$ හා $S'=0$ වංත්තවල පොදු ජ්‍යාය නිරුපණය කරයි.</p> <p>(b) $S=0$ හා $S'=0$ වංත්ත එකිනෙක ස්පර්ශ වන විට $S + \lambda S' = 0$ මගින් $\lambda \neq -1$ වන විට $S=0$ හා $S'=0$ වංත්තවල ස්පර්ශ ලක්ෂණයේ දී එම වංත්ත ස්පර්ශ කරන වංත්ත නිරුපණය කරයි. $\lambda = -1$ වන විට $S=0$ හා $S'=0$ වංත්තවල ස්පර්ශ ලක්ෂණයේ දී ඇදී පොදු ස්පර්ශකය නිරුපණය කරයි.</p> <p>කේතුක</p>	02
29.0	1. ලක්ෂණයක පරිය ලෙස කේතුක අර්ථ දක්වයි.	තලයක වලනය වන ලක්ෂණයක් එම තලය මත වූ අවල ලක්ෂණයකට ඇති දුරත්, එම තලය මත වූ අවල රේඛාවකට ඇති ලමිල දුරත් අතර අනුපාතය නියතයක් වන සේ වලනය වේ නම් එම ලක්ෂණයේ පරිය කේතුකයක් ලෙස අර්ථ දක්වන්න.	03

නිපුණතා මට්ටම	ඉගෙනුම එල	විෂය කරුණු කරගෙන යාම සඳහා අත්වැලක්	කාලවේදී ගණන
		 <p>S යනු අවල ලක්ෂ්‍යයක් යැයි ද l යනු අවල රේබාවක් යැයි ද ඕනෑම P ලක්ෂ්‍යක සිට l රේබාවට ඇදි ලම්බය PM යැයි ද ගන්න.</p> $\frac{SP}{PM} = \text{නියතයක් වන සේ වූ P හි පරිය}$ <p>කේතුකයක් වන බව පැහැදිලි කරන්න.</p> <p>අවල ලක්ෂ්‍යට නාහිය යැයි ද අවල රේබාවට නියාමන අක්ෂය යැයි ද නියත අනුපාතයට විනෝන්දිකතාව යැයි ද පවසන්න.</p> <p>$0 < e < 1$ නම කේතුකය ඉලිප්සයක් ලෙස ද, $e = 1$ නම කේතුකය පරාවලයක් ලෙස ද $e > 1$ නම කේතුකය බහුවලයක් ලෙස ද නඳුන්වා දෙන්න.</p> <p>ඉහත සඳහන් කළ කේතුක සහ වෘත්තය, කේතුවක ශේද මගින් ලැබෙන ආකාරය පැහැදිලි කරන්න.</p> <p>2. කේතුකවල සමීකරණ ව්‍යුත්පන්න කරයි.</p> <p>$y^2 = 4ax$ ආකාරයට පරාවලයක සමීකරණය</p> $\text{ද } b^2 = a^2(1-e^2) \quad \text{වූ } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ <p>ආකාරයට ඉලිප්සයක යන සමීකරණය ද $x^2 = a^2(e^2 - 1)$ වූ $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ආකාරයට බහුවලයක සමීකරණය ද ව්‍යුත්පන්න කරන්න.</p> <p>ඉහත කේතුකවල නාහියේ බණ්ඩාකය ද නියාමක අක්ෂයේ සමීකරණය ද ලබා ගන්න.</p> $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \text{බහුවලයේ ස්පර්ශයෙන්මුඩ}$	

නිපුණතා මට්ටම	ඉගෙනුම් එල	විෂය කරුණු කරගෙන යාම සඳහා අත්වැලක්	කාලෝහේදී ගණන
		<p>$\frac{x}{a} - \frac{y}{b} = 0$ හා $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 0$ මගින් ලැබෙන බව පෙන්වන්න.</p> <p>මෙහි $a = b$ විට බහුවලයේ ස්පර්ශයෝන්මූල එකිනොකට ලම්බ බව ද බහුවලයේ සමිකරණය $x^2 - y^2 = a^2$ බව ද පෙන්වා එය සංශ්‍රේණ්ඩාසු බහුවලයක් ලෙස හඳුන්වන බව ද පවසන්න.</p> <p>$x^2 - y^2 = a^2$ සංශ්‍රේණ්ඩාසු බහුවලයේ ස්පර්ශයෝන්මූල අක්ෂ ලෙස ගෙන එහි සමිකරණය $xy = c^2$ ලෙස ලබා ගන්න.</p> <p>මෙහි c යනු පරාමිතියකි.</p>	

ඝංගුක්ත ගණිතය II (පෙළුවැකි වාරය)

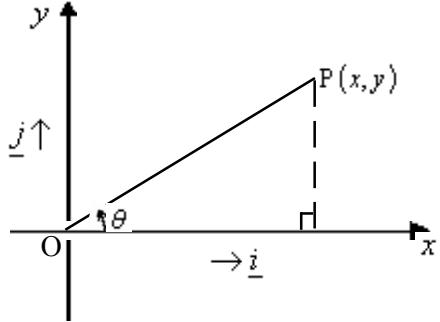
නිපුණතා මට්ටම	දූගෙනුම් එල	විෂය කරුණු කරගෙන යාම සඳහා අත්වැලක්	කාලේප්පා ගණන
3.10	<p>1. "කාර්යය" පිළිබඳ සංකල්පය පැහැදිලි කරයි.</p> <p>2. නියත බලයක් මගින් කෙරෙන කාර්යය අර්ථ දක්වා එහි මාන සහ ඒකක ප්‍රකාශ කරයි.</p> <p>3. "ගක්තිය" පැහැදිලි කරයි.</p>	<p>කාර්යය, ගක්තිය</p> <p>වස්තුවක් මත බලයක් යෙදීමෙන් එම බලයේ උපයෝගී ලක්ෂණය විස්තාපනය වේ නම් එම බලය මගින් කාර්යයක් කෙරෙන බව පවසන්න.</p> <p>නියත බලයක් මගින් කෙරෙන කාර්යය, එම බලයේ විශාලත්වයෙන් බලයේ උපයෝගී ලක්ෂණයේ විස්තාපනයේ බලයේ දිගාවට සංරච්චයේ විශාලත්වයෙන් ගුණීතය ලෙස අර්ථ දක්වන්න.</p> <p style="text-align: center;">$\rightarrow FN$</p> <p>ඉහත අර්ථ දැක්වීම අනුව F බලය මගින් කෙරෙන කාර්යය $= F \times d \cos \theta$ $= F d \cos$ $= F d$</p> <p>බව පෙන්වන්න. කාර්යය අදිගයක් බව පවසන්න.</p> <p>කාර්යයේ මාන $M L^2 T^{-2}$ බව ද ඒකකය ජ්‍යල් (J) බව ද පවසන්න.</p> <p>1 N බලයක් වස්තුවක් මත යෙදීමෙන් බලයේ උපයෝගී ලක්ෂණය බලයේ දිගාවට 1m ක් විස්තාපනය විමෙම දී එම බලය මගින් කෙරෙන කාර්යය නිවෙන් මිටර 1 හෙවත් ජ්‍යල් 1 ක් ලෙස අර්ථ දක්වන්න.</p> <p style="text-align: center;">$1 \text{ kJ} = 1000 \text{ J}$</p> <p>කාර්යය කිරීමේ හැකියාව ගක්තිය ලෙස අර්ථ දක්වන්න. ගක්තියේ මාන සහ ඒකක කාර්යයේ මාන සහ ඒකක ම බව පවසන්න. තව ද ගක්තිය ද අදිගයක් බව පවසන්න.</p>	08

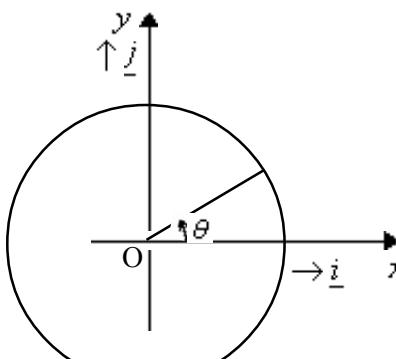
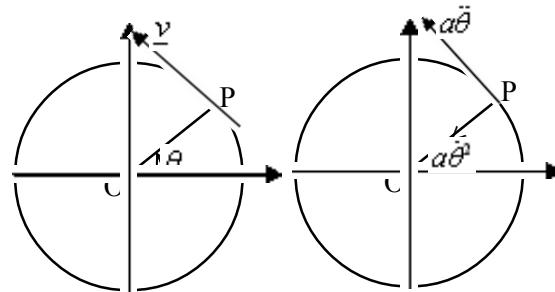
නිපුණතා මට්ටම	ඉගෙනුම් එල	විෂය කරුණු කරගෙන යාම සඳහා අත්බැලක්	කාලීජේ ගණන
	4. යාන්ත්‍රික ගක්තිය පැහැදිලි කරයි.	ගක්තියේ විවිධ ප්‍රහේද තිබුණ ද ව්‍යවහාරික ගණිතයේ දී අප සැලකිල්ලට ගනු ලබන්නේ යාන්ත්‍රික ගක්තිය පමණක් බව පවසන්න. යාන්ත්‍රික ගක්තිය ආකාර දෙකකින් යුත්ත වන බව ද ඒවා 1. වාලක ගක්තිය 2. විහව ගක්තිය ලෙස නම් කරන බව ද පවසන්න.	
	5. වාලක ගක්තිය අර්ථ දක්වයි.	වස්තුවක වලිතය නිසා එයට අයත්වන ගක්තිය වාලක ගක්තිය ලෙස හඳුන්වන බව පවසන්න. වලනය වන වස්තුවක වාලක ගක්තිය, එම වස්තුව නිශ්චල කරවීමට වලිතයට එරෙහි ව කළ යුතු කාර්යය ප්‍රමාණයට සමාන බව පැහැදිලි කරන්න.	
	6. විහව ගක්තිය අර්ථ දක්වයි.	වස්තුවක පිහිටීම නිසා එයට අයත් වන ගක්තිය විහව ගක්තිය ලෙස හඳුන්වන බව පෙන්වන්න. සංස්කීර්තික බල ක්ෂේත්‍රයන් හඳුන්වා එවැනි ක්ෂේත්‍රයක යම් පිහිටීමක ඇති වස්තුවක විහව ගක්තිය, වස්තුව එම පිහිටීමේ සිට සම්මත පිහිටීමට ගෙන ඒමේ දී කරන කාර්යයට සමාන බව පවසන්න.	
	7. ගුරුත්වාකර්ෂණ විහව ගක්තිය පැහැදිලි කරයි.	ගුරුත්වාකර්ෂණ ක්ෂේත්‍රයේ සම්මත පිහිටීමකට h උසක් ඉහළින් ඇති ස්කන්ධය m වන වස්තුවක විහව ගක්තිය mgh බව ද සම්මත පිහිටීමට h දුරක් පහළින් ඇති ස්කන්ධය m වන වස්තුවක විහව ගක්තිය $-mgh$ බව ද ලබා ගන්න.	
	8. ප්‍රත්‍යාස්ථා විහව ගක්තිය පැහැදිලි කරයි.	ඇදි තන්තුවක හෝ දුන්නක හෝ සංකෝචනය වී ඇති දුන්නක ගැඹු වී ඇති ගක්තිය ප්‍රත්‍යාස්ථා විහව ගක්තිය ලෙස හඳුන්වා දෙන්න. තන්තුව හෝ දුන්න හෝ එහි ස්වාභාවික දිගට ගෙන ඒමේ දී කරන කාර්යය එහි ප්‍රත්‍යාස්ථා විහව ගක්තිය බව පවසන්න. ප්‍රත්‍යාස්ථා දුන්නක හෝ තන්තුවක ස්වභාවික දිග a , ප්‍රත්‍යාස්ථා මාපාංකය σ , සහ විතතිය හෝ සංකෝචනය	

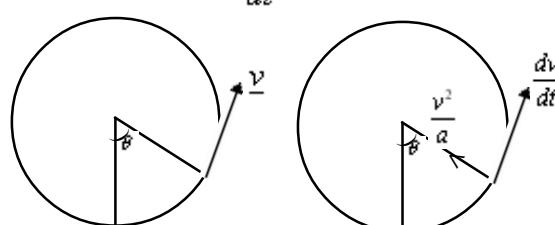
නිපුණතා මට්ටම	ඉගෙනුම එල	විෂය කරුණු කරගෙන යාම සඳහා අත්වැලක්	කාලීයේ ගණන
		<p>හෝ x වන විට එහි ගැබූ වී ඇති විහව ගක්තිය</p> $= \frac{1}{2} \lambda \frac{x^2}{a}$ <p>බව ලබා ගන්න.</p>	
311	<p>9. සංස්ථීතික බල පැහැදිලි කරයි.</p> <p>10. යාන්ත්‍රික ගක්ති සංස්ථීතික මූලධර්මය පැහැදිලි කරමින් ගැටුපු විසඳීමට එය හාවිත කරයි.</p>	<p>බලයක් යටතේ යම්කිසි වස්තුවක් එක් ස්ථානයක සිට තවත් ස්ථානයකට ගෙන යාමේ දී කෙරෙන කාර්යය වස්තුව ගමන් කරන පෙනෙන් ස්වායත්ත නම් එම බලය සංස්ථීතික බලයකි.</p> <p>(දදා: ගුරුත්වාකර්ෂණ බලය)</p> <p>සංස්ථීතික බල යටතේ වලනය වන පද්ධතියක හෝ වස්තුවක වාලක ගක්තිය හා විහව ගක්තියේ එකතුව නියතයක්ව පවතී. මෙය යාන්ත්‍රික ගක්ති සංස්ථීතික මූලධර්මය බව පවසන්න.</p> <p>වාලක ගක්තිය + විහව ගක්තිය = නියතයක්</p> <p>යාන්ත්‍රික ගක්ති සංස්ථීතික මූලධර්මය හාවිත කර ගැටුපු විසඳීමට සිෂුන් යොමු කරන්න.</p> <p>ඡවය</p> <p>කාර්යය කිරීමේ සීසුනාවය ඡවය ලෙස අර්ථ දක්වන්න.</p> <p>ඡවයේ මාන ML^2T^{-3} බව පහදා දෙන්න.</p> <p>ඡවයේ ඒකකය වොට් (W) අර්ථ දක්වන්න.</p>	07
3.12	<p>1. ජවය, එහි මාන සහ ඒකක අර්ථ දක්වයි.</p> <p>2. ප්‍රකර්ෂණ බලය විස්තර කරයි.</p> <p>3. ජවය සඳහා සූත්‍රයක් වූත්පන්න කරයි.</p>	<p>එන්ජේමෙන් යෙදෙන මූල බලය ප්‍රකර්ෂණ බලය (එලුම් බලය) ලෙස හඳුන්වා දෙන්න.</p> <p>ප්‍රකර්ෂණ බලය F ද වේගය v ද වන එන්ජේමක ජවය $P = Fv$ බව ලබා ගන්න.</p> <p>F නිව්චනයේන් ද, v තත්පරයට මීටරවලින් ද ගත් විට P වොට්චලින් ලැබේ.</p> <p>කාර්යය, ගක්තිය හා ජවය සම්බන්ධ ගැටුපු විසඳීමට සිෂුන් යොමු කරන්න.</p> <p>ආවේගය</p> <p>වස්තුවක් මත F නියත බලයක් Δt කාලයක් තුළ දී ඇති කරන ආවේගය $I = F \Delta t$ ලෙස අර්ථ දක්වන්න.</p>	08

නිපුණතා මට්ටම	ඉගෙනුම් එල	විෂය කරුණු කරගෙන යාම සඳහා අත්වැලක්	කාලීන්දු ගණන
		<p>එනයින් $\vec{I} = m(\vec{v} - \vec{u})$ බව ලබා ගන්න. මෙහි m වස්තුවේ ස්කන්ධය ද ඇ ආවේගය යෙදීමට පෙර වේගය ද, \vec{v} ආවේගය යෙදීමෙන් පසු වේගය ද වේ.</p> $\vec{I} = \vec{F}\Delta t = \Delta(m\vec{v})$ බව පෙන්වා දෙන්න.	
	2. ආවේගයේ මාන සහ ඒකක ප්‍රකාශ කරයි.	<p>ආවේගයේ මාන $M \text{ LT}^{-1}$ ද ආවේගයේ ඒකකය Ns ද වන බව පවසන්න.</p> <p>ආවේගය දෙකිකයක් නිසා $\vec{I} = \Delta(m\vec{v})$ සූත්‍රය භාවිතයේ දී ආවේගයේ හා ප්‍රවේගයේ දිගා සැලකිල්ලට ගත යුතු ය.</p>	
	3. රේඛිය ගම්තා සංස්ථිත මූලධර්මය ප්‍රකාශ කරයි	වස්තුවක් හෝ පද්ධතියක් මත යම්කිසි දිගාවකට බාහිර බල නොමැති නම් එම දිගාව ඔස්සේ එහි ගම්තාව සංස්ථිතික වේ (නොවෙනස් ව පවතී) මෙය රේඛිය ගම්තා සංස්ථිත මූලධර්මය ලෙස හඳුන්වා දෙන්න.	
	4. ආවේගය හේතුවෙන් ඇතිවන වාලක ගක්ති වෙනස සොයයි.	<p>වාලක ගක්ති වෙනස $\Delta E = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mu^2$</p> <p>මගින් ලැබෙන බව ප්‍රකාශ කරන්න. තව ද $\Delta E = \frac{1}{2}m(v^2 - u^2) = \frac{1}{2}I.(v + u)$ බව ප්‍රකාශ කරන්න.</p> <p>ආවේගය සම්බන්ධ ගැටලු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න.</p>	
		සරල ගැටුම	
3.13	1. සරල ගැටුම පැහැදිලි කරයි. 2. ගැටුම සඳහා නිවිතන්ගේ පරික්ෂණාත්මක නියමය ප්‍රකාශ කරයි.	<p>වස්තු දෙකක් එකිනෙක ගැටීමේ දී ඒවායේ ප්‍රවේග, ගැටෙන මොහොතේ ඒ වස්තු දෙකේ පොදු අනිලම්භය ඔස්සේ වේ නම් එවැනි ගැටුමක් සරල ගැටුමක් ලෙස හඳුන්වන්න.</p> <p>වස්තු දෙකක් සරලව ගැටෙන විට ගැටුමට පසු ඒවා වෙන් වීමේ සාපේක්ෂ ප්‍රවේගයේ විශාලත්වය සහ ගැටුමට පෙර ඒවා ලංචීමේ සාපේක්ෂ ප්‍රවේගයේ විශාලත්වය අතර නියත අනුපාතයක් ඇත, යනුවෙන් නිවිතන්ගේ පරික්ෂණාත්මක නියමය ප්‍රකාශ කරන්න.</p>	15

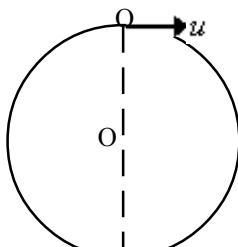
නිපුණතා මට්ටම	ඉගෙනුම් එල	විෂය කරුණු කරගෙන යාම සඳහා අත්වැලක්	කාලීයේදී ගණන
	3. ගැටුම සඳහා ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය අර්ථ දක්වයි.	<p>ඉහත 2 හි නියත අනුපාතය ගැටුම සඳහා ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය ලෙස හඳුන්වන අතර එය e මගින් දක්වන බව පවසන්න.</p> <p>උදා:</p> <p>ගැටුමට මොහොතකට ගැටුමට මොහොතකට පෙර පසු</p> $v_B - v_A = e(u_A - u_B)$ <p>e නියතය ගැටෙන වස්තු දෙක් ස්වභාවය මත පමණක් රඳා පවතින අතර $0 \leq e \leq 1$ බව ද $e = 1$ නම් ගැටුම පූර්ණ ප්‍රත්‍යාස්ථා (කේවල ප්‍රත්‍යාස්ථා) ගැටුමක් බව ද $e = 0$ නම් ගැටුම අප්‍රත්‍යාස්ථා බව ද පවසන්න.</p>	
	4. ගෝලයක් සහ අවල තලයක් අතර සරල ගැටුම පැහැදිලි කරයි.	<p>උදා:</p> <p>ආවේගය යෙදීමට පෙර ආවේගය යෙදීමට පසු</p> <p>නිවිතන්ගේ පරීක්ෂණාත්මක නියමය අනුව ගැටුමට පසු ප්‍රවේගය ලැබෙන අන්දම පැහැදිලි කරන්න.</p>	
3.14	5. ගැටුමක දී සිදුවන වාලක ගක්ති හානිය ගණනය කරයි.	<p>ස්කන්ධ m_1 හා m_2 වන වස්තු දෙකක් සරල ලෙස ගැටීමේ දී සිදුවන වාලක ගක්ති හානිය</p> $\Delta E = \frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{(m_1 + m_2)} (1 - e^2) v^2$ <p>බව ලබා ගන්න.</p> <p>මෙහි v යනු ගැටුම සිදුවන මොහොතේ සාපේක්ෂ ප්‍රවේගයයි.</p> <p>$e = 1$ නම් $\Delta E = 0$ බව පහදා දෙන්න.</p> <p>වෘත්ත වලිතය</p>	10

නිපුණතා මට්ටම	ඉගෙනුම් එල	විෂය කරුණු කරගෙන යාම සඳහා අත්වැලක්	කාලචේද ගණන
		<p>0 යනු අවල ලක්ෂණයක් ද, OA යනු අවල රේබාවක් යයි ද ගනිමු. P අංගුවක් මෙම අවල ලක්ෂණය හා අවල රේබාව අඩංගු තලයේ වලනය වේ යැයි ගනිමු. 0 ට අනුබද්ධ ව P හි කෝෂික ප්‍රවේගය $\dot{P}OA$ කෝෂය වෙනස් වීමේ සිසුතාව ලෙස අර්ථ දක්වන්න.</p> $\dot{P}OA = \theta$ නම්, P හි කෝෂික ප්‍රවේගය $\omega = \frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta}$ ලෙස අර්ථ දක්වන්න. මෙහි θ යනු t කාලයේ දී කෝෂික විස්තාපනයයි. කෝෂික ප්‍රවේගය ඒකක rad s^{-1} (තත්පරයට රේඛියන) මගින් දෙනු ලැබේ. කෝෂික ප්‍රවේගය වෙනස් වීමේ සිසුතාව කෝෂික ත්වරණය ලෙස අර්ථ දක්වන්න. P අංගුවේ කෝෂික ත්වරණය $\frac{d}{d\theta} \left(\frac{d\theta}{dt} \right) = \frac{d^2\theta}{dt^2}$ හෝ $\frac{d\dot{\theta}}{d\theta} = \ddot{\theta}$ ලෙස අර්ථ දක්වන්න. කෝෂික ත්වරණයේ ඒකක rad/s^2 (තත්පරයට තත්පරයට රේඛියන) මගින් දෙනු ලැබේ.	
2.	කාටිසිය බණ්ඩාක සහ බැවක බණ්ඩාක අතර සම්බන්ධය ලියමින් දෙදික් ගැනීත කරම හසුරුවයි.	 <p>P හි බැවක බණ්ඩාක (a, θ) ද, කාටිසිය බණ්ඩාක $P \equiv (a \cos \theta, a \sin \theta)$ යැයි ද ගත් විට</p> $\overrightarrow{OP} = a \cos \theta \hat{i} + a \sin \theta \hat{j}$ $= a [\cos \theta \hat{i} + \sin \theta \hat{j}]$ <p>ලෙස ලැබෙන බව පහදා දෙන්න.</p> <p>\overrightarrow{OP} දිගාවට ඒකක දෙදික්ය</p> $\underline{l} = \cos \theta \hat{i} + \sin \theta \hat{j}$ බව අර්ථ දක්වන්න.	

නිපුණක මට්ටම	ඉගෙනුම එල	විෂය කරුණු කරගෙන යාම සඳහා අත්වැලක්	කාලවේදී ගණන
	<p>3. වෘත්තයක වලනය වන අංශුවක ප්‍රවේශය සහ ත්වරණය සෞයයි.</p>	<p>$\frac{d\underline{l}}{dt} = \dot{\theta} \underline{m}$ බව ද, $\underline{m} =1$ බව ද $\underline{m}, \underline{l}$ ට ලම්බ බව ද පෙන්වන්න.</p>  <p>P වෘත්තයක වලනය වන අතර $OP = a$(තියතෙකි) $\text{එවිට } \underline{r} = a [\cos \theta \underline{i} + \sin \theta \underline{j}]$ $= a \underline{l}$ බව පහදා දෙන්න.</p> <p>P අංශුවේ ප්‍රවේශය $\underline{v} = \frac{d\underline{r}}{dt} = a \dot{\theta} \underline{m}$ සහ ත්වරණය $\underline{f} = -a \dot{\theta}^2 \underline{l} + a \ddot{\theta} \underline{m}$ යනුප්‍රතිඵල විවරණය කරන්න.</p>  <p>ප්‍රවේශය: $\underline{v} = a \dot{\theta}$ ස්ථානකය මස්සේ කියා කරන බව ද</p> <p>ත්වරණය:</p> <ol style="list-style-type: none"> කේන්ද්‍රය දෙසට සංරචකය $a \dot{\theta}^2$ බව ද ස්ථානකයේ දිගාවට සංරචකය $a \ddot{\theta}$ බව ද පහදා දෙන්න. 	

නිපුණතා මට්ටම	ඉගෙනුම් එල	විෂය කරුණු කරගෙන යාම සඳහා අත්වැලක්	කාලීනේ ගණන
3.15	4. ඒකාකාර ප්‍රවේශයෙන් වෙත්තයක වලනය වන අංශුවක ප්‍රවේශය සහ ත්වරණය ප්‍රකාශ කරයි.	ප්‍රවේශය $a\dot{\theta}$ ස්ථාපකයේ දිගාවට සහ වේගය ඒකාකාර බව පහදා දෙන්න. එවිට $a\dot{\theta}$ නියත වේ. එවිට $\dot{\theta}$ නියත බව ද යුතු වන බව ද පහදා දෙන්න. ප්‍රවේශය $V = a\dot{\theta} = a\omega$ ස්ථාපකයේ දිගාවට $a\dot{\theta}^2 = a\omega^2 = \frac{v^2}{a}$ කේත්දය දෙසට බව ද පැහැදිලි කරන්න.	
	5. ඒකාකාර වේගයෙන් තිරස් වෙත්තයක වලනය වන අංශුවක් මත ක්‍රියා කරන බලයේ විශාලත්වය හා දිගාව සොයයි.	අංශුව ඒකාකාර වේගයෙන් වලනය වන නිසාත් ත්වරණය කේත්දය දිගාවට ක්‍රියාකරන නිසාත් බලය කේත්දය දිගාවට ක්‍රියා කළ යුතු බව සහ මෙම බලයට කේත්දාහිසාරී බලය යැයි කියනු ලබන බව ද පහදා දෙන්න.	
3.15	6. තිරස් වෙත්ත වලිනය සම්බන්ධ ගැටුපූ විසඳුයි.	තිරස් වෙත්තයක වලනය වන අංශු සම්බන්ධ ගැටුපූ කේතුක අවලම්බය ද ඇතුළත් වන සේ ගැටුපූ විසඳීමට සියුන් යොමු කරන්න.	10
	1. සිරස් වෙත්ත වලිනය පැහැදිලි කරයි.	අංශුවක් අරය $a\omega$ සිරස් වෙත්තයක v ප්‍රවේශයක් සහිතව වලනය වේ යැයි ගනිමු. එවිට ත්වරණය කේත්දය දිගාවට $\frac{v^2}{a}$ බවත් ස්ථාපකය දිගාවට $\frac{dv}{dt}$ බවත් පහදා දෙන්න. 	
3.15	2. සිරස් තලයක අවලව සවිකර ඇති වෙත්තාකාර කම්බියක් මත වලනය වන මුදුවක / සිරස් තලයක අවලව සවිකර ඇති සුම්මට වෙත්තාකාර තලයක වලිනය පැහැදිලි කරයි.	ප්‍රවේශය $\left[\frac{v^2}{a} = a\dot{\theta}^2, \frac{dv}{dt} = a\ddot{\theta} \right]$ ත්වරණය වලිනය වෙත්ත මත සිදුවන බව පහදා දෙන්න. අංශුව මත ක්‍රියා කරන බාහිර බල 1. කම්බියෙන් හෝ තලයෙන් අංශුව මත ඇති කරන අභිල්ම්බ ප්‍රතික්‍රියාව කේත්දය හරහා යන බව ද	

නිපුණතා මට්ටම	ඉගෙනුම් එල	විෂය කරුණු කරගෙන යාම සඳහා අත්වැලක් කාලේරේ ගණන
	<p>2. අංගුවේ බර සිරස් ව පහළට ක්‍රියාකරන බව දා අහිලම්හ ප්‍රතික්‍රියාව සැම විට ම අංගුවේ වලිත දිගාවට ලම්බ නිසා එම බලය මගින් කාර්යයක් සිදු නොවන බව ද එම නිසා යාන්ත්‍රික ගක්ති සංස්ථීති තියමය යෙදිය හැකි බව ද පැහැදිලි කරන්න.</p> <p>තව ද, එම වලිතයට</p> <ol style="list-style-type: none"> ගක්ති සංස්ථීති තියමය යෙදීමෙන් ප්‍රවේශය සොයා ගත හැකි බව ද, කේන්ද්‍රය දිගාවට $F = \frac{m\omega^2}{R}$ වලිත සම්කරණය යෙදීමෙන් අහිලම්හ ප්‍රතික්‍රියාව R සොයා ගත හැකි බව ද රුප සටහන් ඇසුරින් පැහැදිලි කරන්න. <p>මුදුවට කිසිම විටක වෘත්තාකාර කම්බිය අත හැර යා නොහැකි බැවින් මුදුවට සම්පූර්ණ වෘත්තයක් ගෙවා යාමට අනිවාර්ය අවශ්‍යතාව කම්බියේ ඉහළම ලක්ෂයේදී මුදුවේ ප්‍රවේශය ඉන්නයට වඩා විභාල වීම බව ද පහදා දෙන්න.</p> <p>තව ද ඉහත අවස්ථාවේදී ප්‍රවේශය ඉනා වුවහොත් මුදුව ඉහළම ලක්ෂයේදී නිසල වන බව ද පැහැදිලි කරන්න.</p> <p>॥ යනු මුදුවේ පහළම ලක්ෂයේදී ප්‍රවේශය තම්,</p> <p>(i) $\omega^2 > 4ag$ තම් මුදුව සම්පූර්ණ වෘත්තයක් ගෙවා යන බව ද,</p> <p>(ii) $\omega^2 = 4ag$ තම් ඉහළම ලක්ෂයේදී නිසල වන බව ද</p> <p>(iii) $\omega^2 < 4ag$ තම් ඉහළම ලක්ෂයයට යාමට පෙර ප්‍රවේශය ඉනා වී මුදුව දේශ්ලනය වන බව ද පහදා දෙන්න.</p> <p>3. අවල ලක්ෂයකින් එල්ලා ඇති සැහැල්ලු අවශ්‍යතාවකට ගැට ගැසීම අංගුවේ සිරස් ව එක්ත වලිතය සඳහා අවශ්‍යතා සොයයි.</p>	<p>විෂය කරුණු කරගෙන යාම සඳහා අත්වැලක් කාලේරේ ගණන</p> <p>ස්කන්ධය m වූ අංගුවේ පහළම ලක්ෂයේදී තිරස් ප්‍රවේශය සහ ද අංගුව ප්‍රක්ෂේපකින්</p>

නිපුණතා මට්ටම	ඉගෙනුම් එල	විෂය කරුණු කරගෙන යාම සඳහා අත්වැලක් කාලේණ්දු ගණන
	<p>හැරුණු විට ප්‍රවේශය v හා තන්තුවේ ආක්ෂීය T ලෙස ද ගනු ලබන බව පවසන්න.</p> <p>යෝගී සංස්කීර්ති නියමය සහ කේන්ද්‍රය දිගාවට $F = ma$ යෙදීමෙන්</p> $v^2 = u^2 - 2ag(1 - \cos \theta)$ $T = \frac{m}{a} [u^2 - 2ag + 3ag \cos \theta]$ <p>යන සම්බන්ධය ලබා ගන්න.</p> <p>පහත සඳහන් අවස්ථා සාකච්ඡා කරන්න.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1 $v^2 \leq 2ag$ නම් තන්තුව සැම විටම ඇදී පවතින අතර 0 හරහා යන තිරස් මට්ටමට පහළින් දේශීලනය වේ. 2 $2ag < v^2 < 5ag$ මෙවිට විමට කළින් $T = 0$ වන නිසා තන්තුව හැකිලේ. $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ අවස්ථාවේ තන්තුව හැකිලි ගියහොත් අක්ෂය මූල්‍ය කරන එකම බලය එහි බර පමණක් නිසා අංගුව ප්‍රක්ෂීප්තයක පථය ගෙවා යන බව ද 3 $v^2 \geq 5ag$ විට අංගුව සම්පූර්ණ වෘත්තයක් ගෙවා යන බව ද පැහැදිලි කරන්න. <p>සටහන: අවල සුම්මත ගෝලයක ඇතුළේ පැන්ත මත සිරස් වෘත්තයක විලනය වන අංගුවක වලිතය ද ඉහත ආකාරයට ම සිදුවන බව පහදා දෙන්න.</p> <p>4. අවල සුම්මත ගෝලයක පිට පැන්ත මත සිදුවන සිරස් වෘත්තාකාර වලිතය විස්තර කරයි.</p>  <p>ගෝලයක කේන්ද්‍රය O ද අරය a යැයි ද ගන්න. ගෝලයේ ඉහළම ලක්ෂණයේ සිට u තිරස් ප්‍රවේශයෙන් ප්‍රක්ෂීපනය මූලු අංගුවක් ප්‍රක්ෂීපණය කළේ යැයි ගන්න.</p>	

නිපුණතා මට්ටම	ඉගෙනුම් එල	විෂය කරුණු කරගෙන යාම සඳහා අත්වැලක්	කාලේණ්දු ගණන
		<p>වලිතයේ පහත සඳහන් අවස්ථා සාකච්ඡා කරන්න.</p> <p>① $u^2 \geq ag$ නම් අංගුව ගෝලය මත තැබූ වහාම ප්‍රක්ෂේපණ ලක්ෂණයේ දී ම ගෝලය හැර යයි. (ඉහළම ලක්ෂණයේ දී)</p> <p>② $u^2 < ag$ නම් අංගුව උඩු සිරස සමග α කෝණයක් සාදන අරය මත වූ ලක්ෂණයකදී ගෝලය හැර යන බව ද, මෙහි</p> $\alpha = \cos^{-1} \left(\frac{u^2 + 2ag}{3ag} \right) \text{ බව } d \text{ පැහැදිලි}$ <p>කරන්න.</p> <p>සිරස් වෘත්ත වලිතය සම්බන්ධ ගැටලු විසඳීමට සියුන් යොමු කරන්න.</p>	

ଦେଖିବାର ପାଠ

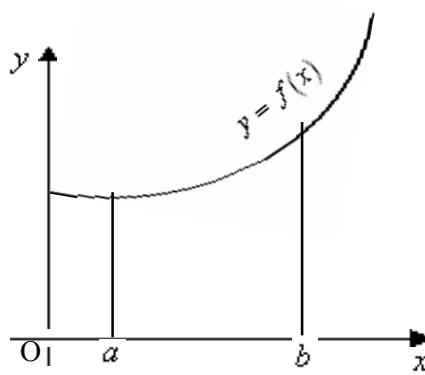
සංයුත්ත ගණිතය / (දෙවැනි වාර්ය)

නිපුණතා මට්ටම	ඉගෙනුම් එල	විෂය කරුණු කරගෙන යාම සඳහා අත්වැලක්	කාලවිශේෂ ගණන
25.1	<p>1. අවකලනයේ ප්‍රතිච්චත / ප්‍රතිච්චත්පත්ත් ක්‍රියාවලිය ලෙස අනුකූලනය අරථ දක්වයි.</p> <p>2. යම් ප්‍රාන්තරයක් තුළ ලිඛිතයක ඕනෑම ප්‍රතිච්චත්පත්ත් දෙකක් නියතයකින් වෙනස් වන බව පැහැදිලි කරයි.</p> <p>3. අනිශ්චිත අනුකූලයක් ප්‍රතිච්චත්පත්ත් සියල්ලෙහි සංකූලනයක් ලෙස අරථ දක්වයි.</p> <p>4. අනිශ්චිත අනුකූලයන්හි සම්මත ආකාර හඳුනා ගනිධි.</p>	<p>අනුකූලනය</p> <p>$\frac{d}{dx}[F(x)] = f(x)$ නම, $F(x)$ යනු $f(x)$ හි ප්‍රතිච්චත්පත්ත්නය බව දක්වන්න.</p> <p>ලිඛිතයක ප්‍රතිච්චත්පත්ත්නය අනනා නොවන බවත්, එය නියතයකින් වෙනස් විය හැකි බවත් පැහැදිලි කරන්න.</p> <p>$\frac{d}{dx}[F(x)] = f(x)$ නම, $\int f(x)dx = F(x) + C$</p> <p>ලෙස ලියා දැක්වීය හැකි බව ප්‍රකාශ කරන්න. මෙහි C යනු අනිමත නියතයකි.</p> <p>1.(a) $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, n \neq -1$</p> <p>(b) $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C (x \neq 0)$</p> <p>(c) $\int e^x dx = e^x + C$</p> <p>2.(a) $\int \sin x dx = -\cos x + C$</p> <p>(b) $\int \cos x dx = \sin x + C$</p> <p>(c) $\int \sec^2 x dx = \tan x + C$</p> <p>(d) $\int \operatorname{cosec}^2 x dx = -\cot x + C$</p> <p>(e) $\int \sec x \tan x dx = \sec x + C$</p> <p>(f) $\int \cot x \operatorname{cosec} x dx = -\operatorname{cosec} x + C$</p> <p>3.(a) $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \sin^{-1} \frac{x}{a} + C,$ $(-a < x < a)$</p> <p>(b) $\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{x}{a} + C (a \neq 0)$</p> <p>ඉහත ප්‍රතිච්චත භාවිතයෙන් ගැටුලු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න.</p>	03

නිපුණතා මට්ටම	ඉගෙනුම් එල	විෂය කරුණු කරගෙන යාම සඳහා අත්වැලක් කළවේදී ගෙන	
	5. x සඳහා $px+q$ යෙදෙන විට, නිශ්චිත අනුකලනයක සම්මත ආකාරය විස්තර කරයි.	$\int f(x)dx = g(x) + C$ නම, එවිට $\int f(px+q)dx = \frac{1}{p} g(px+q) + C$ බව ප්‍රකාශ කරන්න. මෙහි $p \neq 0$ වේ.	
25.2	මූලික අනුකල නීති ප්‍රකාශ කර විස්තර කරයි.	f සහ g , යනු x හි ලිඛිත නම සහ k යනු නියතයක් නම්, 1. $\int k \cdot f(x)dx = k \int f(x)dx$ 2. $\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$ බව ඉදිරිපත් කරන්න.	03
25.3	1. නිශ්චිත අනුකලනය අර්ථ දක්වා (කලනයේ මූලික ප්‍රමෝදන්හි දෙවැනි අදියර හා විතයෙන්) නිශ්චිත අනුකලන ඇගයීම සඳහා එහි ප්‍රයෝගන ප්‍රකාශ කරයි. 2. නිශ්චිත අනුකලවල මූලික ලක්ෂණ ප්‍රකාශ කරයි.	$\phi(x)$ යනු $f(x)$ හි ප්‍රතිව්‍යත්පන්නයක් නම, $\int_a^b f(x)dx = [\phi(x)]_a^b = \phi(b) - \phi(a)$ (i) $\int_a^b f(x)dx = - \int_b^a f(x)dx$ (ii) $\int_a^b k f(x)dx = k \int_a^b f(x)dx$ (iii) $\int_a^b \{f(x) + g(x)\}dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$ (iv) $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$ මෙහි $a < c < b$ (v) $\int_0^a f(x)dx = \int_0^a f(a-x)dx$ (vi) හි සාධනය බලාපොරොත්තු වේ. නිදසුන් මගින් පැහැදිලි කරන්න.	02
25.4	ලවය, හරයෙහි ව්‍යුත්පන්නය වන විට පරිමෝ ලිඛිතයක් අනුකලනය කරයි.	$\int \frac{f'(x)}{f(x)}dx = \ln f(x) + C$ මෙහි $f'(x)$ යනු හි ව්‍යුත්පන්නයයි. නිදසුන් මගින් පැහැදිලි කර ගැටුව විසඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න.	05

නිපුණතා මට්ටම	ඉගෙනුම එල	විෂය කරුණු කරගෙන යාම සඳහා අත්වැලක්	කාලෝසේ ගණන
	2. හිත්ත හාග හාවිතයෙන් පරිමීය ශ්‍රීතයක් අනුකලනය කරයි.	$\int \frac{P(x)}{Q(x)} dx$ මෙහි $Q(x)$ යනු සාධක වෙන් කළ හැකි මාත්‍රය ≤ 4 වූ බහුපද ශ්‍රීතයකි.	
25.5	ත්‍රිකෝෂම්තික ශ්‍රීත අනුකලනය කරයි.	සම්මත අනුකල ලබා ගැනීම සඳහා ත්‍රිකෝෂම්තික සර්වසාමායන් හාවිත කරන අයුරු සිසුන්ට පහදා දෙන්න. $\int \tan x dx, \int \cot x dx, \int \sec x dx$ $\int \operatorname{cosec} x dx, \int \sin^2 x dx, \int \cos^2 x dx$ $\int \tan^2 x dx, \int \cot^2 x dx$ $\int \sin^3 x dx, \int \cos^3 x dx, \int \sin mx \cos nx dx$ $\int \cos mx \cos nx dx, \int \sin mx \sin nx dx$	03
25.6	ආදේශ හාවිතයෙන් අනුකලනය කරයි.	සුදුසු ආදේශයක් හාවිතයට උපදෙස් දෙන්න. (i) $\int \sin^m x dx$ (m යනු දහ මත්තේ නිඩිලයකි) ආදේශය $t = \cos x$ (ii) $\int \cos^m x dx$ (m යනු මත්තේ නිඩිලයකි) ආදේශය $t = \sin x$ (iii) $\int \sin^m x \cos^n x dx$ මෙහි m, n දහ නිඩිල වේ. m මත්තේ නම් $t = \cos x$ යොදන්න. n මත්තේ නම් $t = \sin x$ යොදන්න. (iv) $\int \frac{dx}{a \cos x + b \sin x + c}$ ආදේශය $t = \tan \frac{x}{2}$ $\int \frac{dx}{a \cos^2 x + b \sin^2 x + c}$ ආදේශය $t = \tan x$ (v) $\int \sqrt{a^2 - x^2} dx$ ආදේශය $x = a \sin \theta$ හෝ $a \cos \theta$	04
	"		

නිපුණතා මට්ටම	ඉගෙනුම් එල	විෂය කරුණු කරගෙන යාම සඳහා අත්වැලක්	කළේපේද ගණන
		$(vi) \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 + x^2}}$ <p>ආදේශය $x = a \tan \theta$</p> $(vii) \int \frac{1}{\sqrt{x^2 - a^2}}$ <p>ආදේශය $x = a \sec \theta$</p> $(viii) \int \frac{dx}{(px+q)\sqrt{ax+b}}$ <p>ආදේශය $t = \sqrt{ax+b}$</p> $(ix) \int \frac{dx}{(px+q)\sqrt{ax^2+bx+c}}$ <p>ආදේශය $px+q = \frac{1}{t}$</p> <p>සහ වෙනත් ආදේශ මගින් අනුකල ඇගයීමට සියුන් යොමු කරන්න.</p> <p>ඉහත ආදේශ නිදසුන් මගින් පැහැදිලි කරන්න.</p>	
25.7	<ol style="list-style-type: none"> කොටස් වශයෙන් අනුකලන තුමය භාවිතයෙන් අනුකලනය කරයි. වකුයක් යට වර්ගාලය නීරණය කරයි. 	<p>$u(x)$ සහ $v(x)$ අවකලා ලිත නම්,</p> $\int u \left(\frac{dv}{dx} \right) dx = uv - \int v \left(\frac{du}{dx} \right) dx$ <p>බව පෙන්වන්න.</p> <p>කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිත වන ගැටුපු විසඳීමට සියුන් යොමු කරන්න.</p> <p>වකුයක් යට වර්ගාලය නීර්චිත අනුකලයක් ලෙස අර්ථකලනය කරන්න.</p> $y = f(x)$ යනු වකුයක් යැයි ගනිමු. $f(x) \geq 0$	05



නිපුණතා මට්ටම	ඉගෙනුම් එල	විෂය කරුණු කරගෙන යාම සඳහා අත්බැඳක් වූ හේතු	
		<p>$y = f(x)$ වකුයෙන් ද, x අක්ෂයෙන් ද $x = a$ හා $x = b$ රේබාවලින් ද මාසිම වූ ප්‍රදේශයේ වර්ගාලය $\int_a^b f(x) dx$ වන බව සිසුන්ට පැහැදිලි කර දෙන්න.</p> <p>මෙය $y = f(x)$ වකුයන් $x = a$ හා $x = b$ මගිනුත් අන්තර්ගත වන වර්ගාලය ලෙස හඳුන්වනු ලැබේ. මෙවැනි වර්ගාල සේවීමට සිසුන් යොමු කරන්න.</p> <p>3. වකු දෙකක් අතර වර්ගාලය සෞයයි.</p>	
8.1	<p>1. ක්‍රමාරෝපිත අර්ථ දක්වයි.</p> <p>2. ගණන් කිරීමේ මූලික මූලධර්මය විස්තර කරයි.</p>	<p>$[a, b]$ සංචාර ප්‍රාන්තරය තුළ $y = f(x)$ සහ $y = g(x)$ යනු $f(x) \geq g(x)$ වන පරිදි වූ ග්‍රිත දෙකක් යැයි ගනිමු. වකු දෙකෙන් සහ හා $x = b$ රේබාවලින් වට වූ වර්ගාලය $\int_a^b [f(x) - g(x)] dx$ මගින් ලැබෙන බව පහදන්න.</p> <p>සංකරණ ක්‍රියා සංයෝජන</p> <p>ක්‍රමාරෝපිත n හි අර්ථ දැක්වීම ඉදිරිපත් කරන්න.</p> <p>සාමාන්‍ය අංකනයෙන් : $0! = 1$</p> $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \dots n$ <p>සහානුයාත ආකාරය : $F(0) = 1$</p> $F(n) = nF(n-1)$ <p>මෙහි n යනු ධන නිඩිලයකි. උදාහරණ මගින් පැහැදිලි කරන්න.</p> <p>2. ගණන් කිරීමේ මූලික මූලධර්මය විස්තර කරයි.</p>	
8.2	<p>1. nP_n අර්ථ දක්වා nP_n සඳහා සූත්‍රය ලබා ගනියි.</p>	<p>ගණන් කිරීමේ මූලික මූලධර්මය එක් කර්මයක් වෙනස් ආකාර m ගණනකට ද දෙවැනි කර්මයක් වෙනස් ආකාර n ගණනකට ද සිදු කළ හැකි නම් අනුයාතව කර්ම දෙකම සිදු කළ හැකි වෙනස් වූ ආකාර ගණන බව පැහැදිලි කරයි.</p> <p>නිදුසුන් මගින් පැහැදිලි කර ගැටලු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න.</p> <p>n වෙනස් වූ ද්‍රව්‍ය සංඛ්‍යාවකින් සියල්ලම ද්‍රව්‍ය ගෙන කළ හැකි සංකරණ ගණන ලෙස nP_n අර්ථ දක්වා ${}^nP_n = n!$ බව පෙන්වන්න.</p>	06

නිපුණතා මට්ටම	ඉගෙනුම් එල	විෂය කරුණු කරගෙන යාම සඳහා අත්බැලක්	කාලේණු ගණන
8.3	2. nP_r අර්ථ දක්වා nP_r සඳහා සූත්‍රයක් ලබා ගතියි.	වෙනස් ද්‍රව්‍ය n ගණනකින් වරකට r ($0 \leq r \leq n$) සංඛ්‍යාවක් ගෙන කළ හැකි සංකරණ ගණන ලෙස nP_r අර්ථ දක්වා ${}^nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$ බව පෙන්වන්න. ගැටුලු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න	
	3. ද්‍රව්‍ය ප්‍රෙනරාවර්තනයට නිදහස ඇති විට සංකරණ සෞයයි.	වරක දී එකම ද්‍රව්‍ය නැවත නැවතන් යොදා ගැනීමට නිදහස ඇති විට වෙනස් ද්‍රව්‍ය n සංඛ්‍යාවකින් වරකට r බැඟින් ගෙන කළ හැකි සංකරණ ගණන n^r වන බව පෙන්වා දෙන්න. නිදසුන් ඉදිරිපත් කර ගැටුලු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න.	
	4. සියල්ල වෙනස් නොවන ද්‍රව්‍ය n ගණනක සංකරණ සංඛ්‍යාව සෞයයි.	ද්‍රව්‍ය n සංඛ්‍යාවකින් ද්‍රව්‍ය p සංඛ්‍යාවක් එකම වරශයේ ද ඉතිරි සියල්ල වෙනස් ද වන විට ද්‍රව්‍ය සියල්ලම ගෙන සැදිය හැකි සංකරණ ගණන $\frac{n!}{p!}$ බව පෙන්වන්න. නිදසුන් මගින් පැහැදිලි කරන්න.	
	5. වෘත්තාකාර සංකරණ විස්තර කරයි.	එකිනෙකට වෙනස් ද්‍රව්‍ය n සංඛ්‍යාවක වෘත්තයක් මත සංකරණ ගණන $(n-1)!$ බව පෙන්වන්න. ඉහත සඳහන් කළ එක් එක් අවස්ථාව නිදසුන් මගින් පැහැදිලි කර අදාළ ගැටුලු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න.	
	1. සංයෝජන අර්ථ දක්වයි.	එකිනෙකට වෙනස් ද්‍රව්‍ය n සංඛ්‍යාවකින් වරකට r බැඟින් වූ සංයෝජන ගණන ලෙස nC_r අර්ථ දක්වා ${}^nC_r = \frac{n!}{(n-r)! r!}$ බව පෙන්වන්න. ${}^nP_r = r! {}^nC_r$ බවත්, (i) ${}^nC_r = {}^nC_{n-r}$ බවත් (ii) ${}^nC_r + {}^nC_{r-1} = {}^{n+1}C_r$ බවත් පෙන්වන්න. ඉහත (i) හා (ii) භාවිත වන විවිධ ආකාරයේ ගැටුලු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න.	07

නිපුණතා මට්ටම	ඉගෙනුම් එල	විෂය කරුණු කරගෙන යාම සඳහා අත්වැලක් හෝ වැළැඳුව ගණන
	<p>2. සංකරණ හා සංයෝගන අතර වෙනස පැහැදිලි කරයි.</p>	<p>සංකරණවල දී පටිපාටිය වැදගත් වන බවත් සංයෝගනවල දී පටිපාටිය නොසලකන බවත් පැහැදිලි කරන්න.</p> <p>එකිනෙකට වෙනස් වස්තූ n ගණනකින් වරකට ඔහුම වස්තූන් ගණනක් බැගින් වූ සංයෝගන මුළු ගණන $2^n - 1$ බව පෙන්වන්න.</p> <p>සංකරණ හා සංයෝගන ගැටලු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න.</p> <p>ග්‍රේනී</p> <p>යම් නීතියකට අනුකූලව පද ලබා ගත හැකි විශේෂීත පටිපාටියකට අනුව සැකසුන පද පෙළක් අනුකුමයක් ලෙස අර්ථ දක්වන බව පැහැදිලි කරන්න.</p> <p>a_n යනු අනුකුමයක ආ වන පදය නම් $\{a_n\}$ මගින් අනුකුමය අංකනය කරන බව ප්‍රකාශ කරන්න.</p> <p>$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ පවතී නම් (පරිමිත සංඛ්‍යාවක් නම්)</p> <p>$\{a_n\}$ අභිසාරී යැයි කියනු ලබන බවත්, එසේ නොවේ නම් $\{a_n\}$ අපසාරී යැයි කියනු ලබන බවත් ප්‍රකාශ කරන්න.</p> <p>නිදසුන් මගින් පැහැදිලි කරන්න.</p> <p>අනුකුමයක් හා ග්‍රේනීයක් අතර සම්බන්ධය පැහැදිලි කරන්න.</p> <p>$S_n = \sum_{r=1}^n a_r, \quad n = 1, 2, 3, \dots$</p> <p>ලෙස අර්ථ දක්වන බවත් මෙය n වන ආංකික එළකුෂය ලෙස හඳුන්වන බවත් පහදන්න.</p> <p>සමාන්තර ග්‍රේනීය අර්ථ දැක්වීම.</p> <p>අනුකුමයක පළමු පදයට පසු ඇති සැම පද දෙකක් අතරම වෙනස නියතයක් (පොදු අන්තරය) නම් එය සමාන්තර ග්‍රේනීයක් හෝ සමාන්තර ග්‍රේනීයක් ලෙස අර්ථ කථනය කරන බව ප්‍රකාශ කරන්න.</p> <p>(1) සාධාරණ පදය $T_r,$</p> <p>$T_r = a + (r-1)d$ වන බව පෙන්වන්න.</p> <p>මෙහි a පළමු පදය ද d පොදු අන්තරයද වේ.</p>
21.1	<p>1. සංඛ්‍යා අනුකුමයක් අර්ථ දක්වයි.</p> <p>2. අනුකුමයක ආංකික එළකුෂය මගින් පරිමිත ග්‍රේනීයක් අර්ථ දක්වයි.</p> <p>3. සමාන්තර ග්‍රේනීයක එළකුෂය සෞයයි.</p>	<p>04</p>

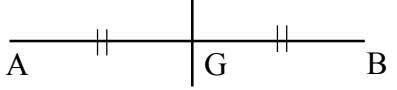
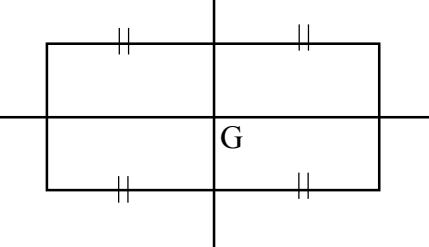
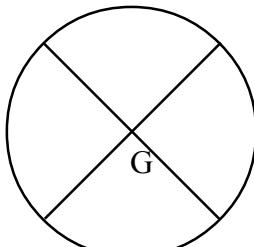
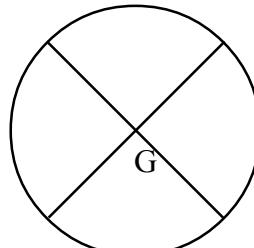
නිපුණතා මට්ටම	ඉගෙනුම එල	විෂය කරුණු කරගෙන යාම සඳහා අත්වැලක්	ක්‍රේඩි ගණන
	4. ගුණෝත්තර ගෞණීයක එක්සය සොයයි.	<p>(ii) පද n හි එක්සය S_n නම්,</p> $S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d] \text{ හෝ}$ $= \frac{n}{2} [a + l] \text{ හෝ}$ <p>බව පෙන්වන්න.</p> <p>මෙහි l යනු ගෞණීයේ අවසාන පදයයි.</p> <p>ඉහත වූත්පන්න කළ සූත්‍ර භාවිතයෙන් ගැටලු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න.</p> <p>ගුණෝත්තර ගෞණීයක් අර්ථ දැක්වීම:</p> <p>ගෞණීයක පළමු පදයට පසු, සැම පද දෙකක් අතර ම වූ අනුපාතය තියනයක් නම (පොදු අනුපාතයක් ඇත්තම්) එය ගුණෝත්තර ගෞණීයක් බව ප්‍රකාශ කරන්න.</p> <p>(i) සාධාරණ පදය $T_r = ar^{r-1}$ බව පෙන්වන්න.</p> <p>මෙහි a පළමු පදය ද, r පොදු අනුපාතය ද වේ.</p> <p>(ii) පද n හි එක්සය S_n නම</p> $S_n = \frac{a(1-r^n)}{(1-r)}; (r \neq 1)$ $= na; (r = 1) \text{ බවත් පෙන්වන්න.}$ <p>ඉහත වූත්පන්න කළ සූත්‍ර භාවිතයෙන් ගැටලු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න.</p>	
21.2	සමා-ගුණෝත්තර ගෞණීයක එක්සය සොයයි.	සමා-ගුණෝත්තර ගෞණීයකට තිද්සුන් දෙමින් සමා-ගුණෝත්තර ගෞණීයක පද n හි එක්සය සොයන අයුරු සාකච්ඡා කරන්න.	02
21.3	1. ආකලනය පිළිබඳ මූලික ප්‍රමේයයන් දක්වයි.	<p>(i) $\sum_{r=1}^n (u_r + v_r) = \sum_{r=1}^n u_r + \sum_{r=1}^n v_r$</p> <p>(ii) $\sum_{r=1}^n k u_r = k \sum_{r=1}^n u_r$ (මෙහි k යනු නියතයකි.)</p> <p>බව පෙන්වන්න.</p>	03

නිපුණතා මට්ටම	ඉගෙනුම් එල	විෂය කරුණු කරගෙන යාම සඳහා අත්වැලක්	කාලේණ්දු ගණන
	<p>2. ගෞණීවල එක්සය සෝයයි.</p>	<p>සාධාරණ වශයෙන්,</p> $\sum_{r=1}^n (u_r v_r) \neq \sum_{r=1}^n u_r \sum_{r=1}^n v_r \quad \text{වේ.}$ <p>ඉහත ප්‍රතිඵල නිදසුන් මගින් පැහැදිලි කරන්න.</p> $\sum_{r=1}^n r, \quad \sum_{r=1}^n r^2, \quad \sum_{r=1}^n r^3 \quad \text{නිර්ණය කර, ඉහත ප්‍රමේය හා ප්‍රතිඵල භාවිත වන ගැටලු සාකච්ඡා කරන්න.}$ <p>නිදසුන්: (i) $\sum_{r=1}^n r (2r+3)$</p> <p>(ii) $\sum_{r=1}^n 2r(r+1)(r+2)$</p> <p>ගැටලු විසඳීමට යොමු කරන්න.</p>	
21.4	<p>1. ගෞණීවල එක්සය සෝවීම සඳහා විවිධ ක්‍රම භාවිත කරයි.</p> <p>2. ගෞණීයක අනන්තය දක්වා පදවල එක්සය සාකච්ඡා කරයි.</p>	<p>ගෞණීවල ආකලනය සඳහා</p> <p>(i) අන්තර ක්‍රමය</p> <p>(ii) හින්න භාග</p> <p>(iii) ගණිත අභ්‍යහනය</p> <p>ඉදිරිපත් කර ඒවා භාවිත කරන අයුරු නිදසුන් මගින් පැහැදිලි කරන්න.</p> <p>ගැටලු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න.</p> <p>$\sum_{r=1}^n u_r \in S_n = \sum_{r=1}^n u_r \in \text{යැයි ගනීම්.}$</p> <p>$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = l$ (පරිමිතය) නම්</p> <p>$\sum_{r=1}^{\infty} u_r$ ගෞණීය අභ්‍යාරි යැයි ද අනන්තය දක්වා එහි එක්සය l යැයි ද කියනු ලැබේ.</p> <p>එනම්, $\sum_{n=1}^{\infty} u_n = l$ වේ.</p> <p>S_n සඳහා සීමාවක් නොපවත් නම් $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ අපසාරි යැයි කියනු ලැබේ.</p> <p>සමා-ගුණෝත්තර ගෞණීයක අභ්‍යාරිතාව සාකච්ඡා කරන්න.</p>	10

නිපුණතා මට්ටම	ඉගෙනුම් එල	විෂය කරුණු කරගෙන යාම සඳහා අත්වැලක්	කාලේණ් ගණන
		<p>ගුණෝත්තර ශේෂීයක පළමු පදය a ද පොදු අනුපාතය r ද විට,</p> $ r < 1 \quad \text{නම් ශේෂීය අනිසාරී බව ද එහි අනන්තය දක්වා එක්‍රය \frac{a}{1-r} බව ද පෙන්වා දෙන්න.}$ <p>නිදුසුන් ඉදිරිපත් කර ගැටු විසඳීමට සිදුන් යොමු කරන්න.</p>	

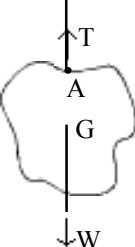
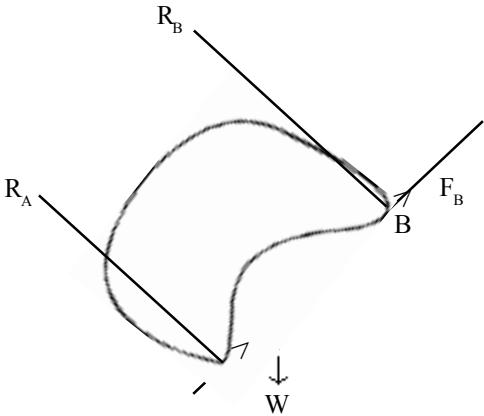
සංයුත්ත ගණනය // (දෙවැනි වාර්ය)

නිපුණතා මට්ටම	ඉගෙනුම් එල	විෂය කරුණු කරගෙන යාම සඳහා අත්වැලක්	කාල්චේ ගණන
2.11	<p>1. තලයක වූ අංශ පද්ධතියක ස්කන්ද කේන්දුය අර්ථ දක්වයි.</p> <p>2. තලයක වූ අංශ පද්ධතියක ගුරුත්ව කේන්දුය අර්ථ දක්වයි.</p> <p>3. ආස්ථරයක ස්කන්ද කේන්දුය අර්ථ දක්වයි.</p> <p>4. රේබාවක් වටා සම්මීක්‍ර ඒකාකාර වස්තුවල ගුරුත්ව කේන්ද සොයයි.</p>	<p>ස්කන්ද කේන්දුය (ගුරුත්ව කේන්දුය)</p> <p>එකතු අංශ පද්ධතියක තලයේ තෝරා ගත් සංප්‍රකෝෂණාපු කාට්සිය බණ්ඩාංක පද්ධතියක් අනුබද්ධයෙන් $P_r \equiv (x_r, y_r)$ ලක්ෂණයේ වූ අංශවලි ස්කන්දය යැයි ගනිමු.</p> <p>මෙහි $r = 1, 2, 3, \dots, n$.</p> $\bar{x} = \frac{\sum_{r=1}^n m_r x_r}{\sum_{r=1}^n m_r} \quad \text{සහ} \quad \bar{y} = \frac{\sum_{r=1}^n m_r y_r}{\sum_{r=1}^n m_r}$ <p>වන සේ වූ $G \equiv (\bar{x}, \bar{y})$ ලක්ෂණයට අංශ පද්ධතියේ ස්කන්ද කේන්දුය යැයි කියනු ලැබේ.</p> <p>ඉහත අර්ථ දැක්වීම ඉදිරිපත් කරන්න.</p> <p>එක් එක් අංශවලි බර, සිරස්ව පහළට ක්‍රියා කරන නිසා එවා සමාන්තර බල වන අතර, ඒ බල සියල්ලෙහි සම්පූර්ණක්තය හෙවත් අංශ පද්ධතියේ මුළු බරෙහි, අංශ පිහිටි තලය මත වූ ක්‍රියා ලක්ෂණයට එම අංශ පද්ධතියේ ගුරුත්ව කේන්දුය යැයි කියනු ලබන බව ප්‍රකාශ කරන්න.</p> <p>ආස්ථරයක තලයේ තෝරා ගත් සංප්‍රකෝෂණාපු කාට්සිය බණ්ඩාංක පද්ධතියක් අනුබද්ධයෙන්, $P \equiv (x, y)$ ලක්ෂණයේ වූ අංශ මාත්‍ර ස්කන්දය Δm යැයි ගනිමු.</p> $\bar{x} = \frac{\int x dm}{\int dm} \quad \text{සහ} \quad \bar{y} = \frac{\int y dm}{\int dm}$ <p>පරිදි වූ $G \equiv (\bar{x}, \bar{y})$ ලක්ෂණය ස්කන්ද කේන්දුය ලෙස අර්ථ දක්වන්න.</p> <p>සැම තැනක ම සනාන්වය එක ම වන වස්තුවකට ඒකාකාර වස්තුවක් යැයි කියනු ලබන බව ප්‍රකාශ කරන්න.</p>	10

නිපුණතා මට්ටම	ඉගෙනුම් එල	විෂය කරුණු කරගෙන යාම සඳහා අත්වැලක්	කාලීයේ ගණන
		<p>පහත දැක්වෙන අවස්ථා ඉදිරිපත් කරන්න.</p> <p>1. සිහින් ඒකාකාර දීන්ඩික ගුරුත්ව කේත්දය</p>  <p>2. ඒකාකාර සාපුරුකෝණාපාකාර ආස්තරයක ගුරුත්ව කේත්දය</p>  <p>3. ඒකාකාර වෘත්ත වලල්ලක ගුරුත්ව කේත්දය</p>  <p>4. ඒකාකාර වෘත්ත තැවියක ගුරුත්ව කේත්දය</p>  <p>5. ඒකාකාර ආස්තරයක ගුරුත්ව කේත්දය සෞයයි.</p> <p>1. ඒකාකාර ත්‍රිකෝණාකාර ආස්තරයක ගුරුත්ව කේත්දය:</p> <p>ත්‍රිකෝණයේ මධ්‍යස්ථාවල සංගමන ලක්ෂණය හේවත් කේත්දකය, එහි ගුරුත්ව කේත්දය වන බව පෙන්වන්න. එක් එක් දිර්ජයේ සිට ගුරුත්ව කේත්දයට දුර, එම දිර්ජය හරහා වූ මධ්‍යස්ථායේ දිගින් $\frac{2}{3}$ ක් වන බව දැ පෙන්වා දෙන්න.</p>	

නිපුණතා මට්ටම	ඉගෙනුම් එල	විෂය කරුණු කරගෙන යාම සඳහා අත්වැලක්	කාලෝසේ ගණන
	<p>6. තලයක් වටා සම්මිතික වස්තුවල ගුරුත්ව කේත්දය සෞයයි.</p>	<p>2. ඒකාකාර සමාන්තරාසු ආස්ථරයක ගුරුත්ව කේත්දය:</p> <p>සමාන්තරාසුයේ විකර්ණවල ජේදන ලක්ෂණය, එහි ගුරුත්ව කේත්දය වන බව පෙන්වන්න.</p>	
21.2	<p>1. අනුකලනය භාවිතයෙන් සම්මිතික වස්තුවල ගුරුත්ව කේත්දය සෞයයි.</p>	<p>පහත දැක්වෙන ඒකාකාර වස්තුවල ගුරුත්ව කේත්ද සාකච්ඡා කරන්න.</p> <ul style="list-style-type: none"> (i) කුහර සිලින්බරය (ii) සන සිලින්බරය (iii) කුහර ගෝලය (iv) සන ගෝලය <p>ගුරුත්ව කේත්දය දන්නා කොටස් පරිමිත ගණනකට බෙදා වෙන් කළ නොහැකි විට ගුරුත්ව කේත්දය දන්නා කොටස් අපරිමිත ගණනකට බෙදා වෙන් කරන බව පහදන්න.</p> <p>ගුරුත්ව කේත්දය සෙවීම සඳහා අනුකල භාවිතයෙන් එක් එක් කොටසේ සූර්යයන්ගේ විෂ එශක්ෂය ගනු ලබන බව පැහැදිලි කරන්න.</p> <p>අනුකල භාවිතයෙන් පහත සඳහන් ප්‍රතිඵල ලබා ගන්න.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. කේත්දයේ 2α කෝණයක් ආපාතනය කරන අරය a වූ ඒකාකාර වෘත්ත වාපයක ගුරුත්ව කේත්දය සම්මිතික අක්ෂය මත, කේත්දයේ සිට $\frac{a \sin \alpha}{\alpha}$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න. 2. කේත්දයේ 2α කෝණයක් ආපාතනය කරන අරය a වූ ඒකාකාර වෘත්ත බණ්ඩයක ගුරුත්ව කේත්දය සම්මිතික අක්ෂය මත, කේත්දයේ සිට $\frac{2a \sin \alpha}{3\alpha}$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න. 3. අරය a වූ සන අර්ධ ගෝලයක ගුරුත්ව කේත්දය සම්මිතික අක්ෂය මත කේත්දයේ සිට $\frac{3a}{8}$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න. 	06

නිපුණතා මට්ටම	ඉගෙනුම් එල	විෂය කරුණු කරගෙන යාම සඳහා අත්වැලක්	කාලචීසේදී ගණන
2.13	2. පරිහුමණයෙන් ජනිත වන වස්තුවක ගුරුත්ව කේත්දය සෞයයි.	<p>4. අරය a වූ කුහර අර්ධ ගෝලයක ගුරුත්ව කේත්දය, ආධාරකයේ, කේත්දයේ සිට සම්මිතික අක්ෂය මත $\frac{a}{2}$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.</p> <p>5. උස h වූ ඒකාකාර සන සංශ්‍ය වෙත්ත කේතුවක ගුරුත්ව කේත්දය, ආධාරකයේ සිට $\frac{h}{4}$ දුරකින් සම්මිතික අක්ෂය මත පිහිටන බව පෙන්වන්න.</p> <p>6. උස h වූ ඒකාකාර සංශ්‍ය කුහර කේතුවක ගුරුත්ව කේත්දය ආධාරකයේ සිට $\frac{h}{3}$ දුරකින් සම්මිතික අක්ෂය මත පිහිටන බව පෙන්වන්න.</p>	
2.14	සංයුත්ත සන වස්තුවක, සන වස්තුවකින් ඉතිරි වූ කොටසක ගුරුත්ව කේත්දය සෞයයි.	<p>වකුයක කොටසක් යම් අක්ෂයක් වටා පරිහුමණය වීමෙන් සැදෙන සන වස්තුවක ගුරුත්ව කේත්දයේ පිහිටීම සාකච්ඡා කරන්න.</p> <p>නිදසුන: $y^2 = 4ax$ වකුය x අක්ෂය වටා පරිහුමණය වීමෙන් සැදෙන $x = 0$ සහ $x = a$ අතර වූ සන වස්තුවේ ගුරුත්ව කේත්දය සෞයන්න.</p> <p>නිදසුන් මගින් පැහැදිලි කර විවිධ ගැටලු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න.</p>	04

නිපුණතා මට්ටම	ඉගෙනුම් එල	විෂය කරුණු කරගෙන යාම සඳහා අත්වැලක්	කාලචේද ගණන
	සමතුලිත වස්තුන්ගේ ස්ථායිතාව පැහැදිලි කරයි.	<p>1. එල්ලා තිබෙන වස්තුවක ස්ථායිතාව සාකච්ඡා කරන්න.</p> <p>වස්තුව මත බල දෙකක් පමණක් ක්‍රියා කරන නිසා එම බල දෙක සමාන ප්‍රතිවිරෝධ ව ක්‍රියා කළ යුතු බව පෙන්වා දෙන්න.</p> <p>එනම්, $T = W$ සහ AG සිරස් බව පෙන්වන්න.</p>  <p>2. ආනත තලයක් මත නිශ්චල ව ඇති වස්තුවක ස්ථායිතාව සාකච්ඡා කරන්න.</p>  <p>වස්තුව මත පහත සඳහන් බල ක්‍රියා කරන බව පහදන්න.</p> <ul style="list-style-type: none"> (i) වස්තුවේ බර (ii) A හා B ලක්ෂණවල දී ක්‍රියා කරන අභ්‍යන්තර ප්‍රතික්‍රියා වන R_A සහ R_B. (iii) A හා B හි සර්ථක බල <p>සමතුලිතතාව සඳහා ගුරුත්ව කේත්දය සිරස් ව A, B ලක්ෂණ අතර පිහිටිය යුතු බව පෙන්වා දෙන්න.</p> <p>ගුරුත්ව කේත්දය ඔස්සේ G සිරස් ව AB ව පිටතින් පිහිට්තෙන් නම් එමගින් ප්‍රමණයක් ඇති වන බවත් එවිට වස්තුව පෙරලීමෙන් සමතුලිතතාව බිඳීන බවත් සාකච්ඡා කරන්න.</p> <p>නිදසුන් මගින් පැහැදිලි කර එවැනි ගැටලු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න.</p>	04

නිපුණතා මට්ටම	ඉගෙනුම් එල	විෂය කරුණු කරගෙන යාම සඳහා අත්වැලක්	කාලෝච්ච ගණන
4.1	<p>1. සසම්භාවී පරීක්ෂණ විස්තර කරයි.</p> <p>2. නියැදි අවකාශය අර්ථ දක්වයි.</p> <p>3. සිද්ධියක් අර්ථකරීනය කරයි.</p> <p>4. සිද්ධි අවකාශය පැහැදිලි කරයි.</p> <p>5. සරල (සූගම) සිද්ධි සහ සංයුත්ත සිද්ධි පැහැදිලි කරයි.</p>	<p>සම්භාවිතාව</p> <p>සසම්භාවී පරීක්ෂණයක් යනු කුමක්දැයි සාකච්ඡා කරන්න.</p> <p>යම් පරීක්ෂණයක දී ලැබිය හැකි සියලු ම ප්‍රතිඵල ඇතුළත් කුලකය නියැදි අවකාශය ලෙස අර්ථ දක්වන්න.</p> <p>නියැදි අවකාශයේ වූ ඔනැම උප කුලකයක් සිද්ධියක් බව ප්‍රකාශ කරන්න.</p> <p>එනම්, සිද්ධියක් යනු පරීක්ෂණයක දී ලැබිය හැකි එක් ප්‍රතිඵලයක් හෝ ප්‍රතිඵල කිහිපයක් හෝ බව තවදුරටත් පෙන්වා දෙන්න.</p> <p>සසම්භාවී පරීක්ෂණයක සියලු ම සිද්ධින්ගෙන් සමන්විත කුලකයට සිද්ධි අවකාශය යැයි කියනු ලබන බව ප්‍රකාශ කරන්න.</p> <p>යම් සසම්භාවී පරීක්ෂණයක් සඳහා වූ සිද්ධියක ප්‍රතිඵල එකක් ම පමණක් පවතින විට එය සරල සිද්ධියක් බව ප්‍රකාශ කරන්න.</p> <p>සසම්භාවී පරීක්ෂණයක එක් ප්‍රතිඵලයකට වඩා වැඩි ගණනක් අඩංගු සිද්ධියක් සංයුත්ත සිද්ධියක් ලෙස හඳුන්වන බව ද ප්‍රකාශ කරන්න.</p> <p>තවදුරටත් පහත සඳහන් පද පැහැදිලි කරන්න.</p> <ul style="list-style-type: none"> (i) සිද්ධින් දෙකක මේලය (ii) සිද්ධින් දෙකක ජේදනය (iii) අනෙකාන්‍ය වශයෙන් බහිජ්කාර සිද්ධි (iv) නිරවශේෂ සිද්ධි <p>ඉහත එක එකක් නිදුසුන් මගින් පැහැදිලි කරන්න.</p>	04
4.2	<p>සම්භාවිතාවේ පොරාණික අර්ථ දැක්වීම හා එහි සීමා කිරීම ප්‍රකාශ කරයි.</p>	<p>සමහව් ප්‍රතිඵල N ගණනකින් සමන්විත සසම්භාවී පරීක්ෂණයක 'A' සිද්ධිය සිදු වීමේ</p> $\text{සම්භාවිතාව } P(A) = \frac{n(A)}{N} \quad \text{ලෙස අර්ථ}$ <p>දක්වන බව සඳහන් කරන්න. මෙහි $n(A)$ යනු A සිද්ධියේ වූ සරල සිද්ධින් (අවයව) සංඛ්‍යාවයි.</p> <p>තවදුරටත් පහත සඳහන් සීමා පිළිබඳ ව සිසුන් දැනුවත් කරන්න.</p> <ul style="list-style-type: none"> (i) සමහව් ප්‍රතිඵල රහිත සසම්භාවී පරීක්ෂණයක් සඳහා ඉහත සූත්‍රය හාවිත කළ නොහැක. 	

නිපුණතා මට්ටම	ඉගෙනුම් එල	විෂය කරුණු කරගෙන යාම සඳහා අත්වැලක්	ක්‍රේඩි ගණන
	<p>2. සම්භාවිතාවේ ස්වසිද්ධීමය අර්ථ දැක්වීම ප්‍රකාශ කරයි.</p> <p>3. ස්වසිද්ධීමය අර්ථ දැක්වීම භාවිතයෙන් සම්භාවිතා ප්‍රමේයයන් සාධනය කර එම ප්‍රමේයයන් භාවිත කර ගැටු විසඳයි.</p>	<p>(ii) නියැදි අවකාශය අපරිමිත වන විට ඉහත සූත්‍රය වලංගු නොවේ.</p> <p>සසම්භාවී පරික්ෂණයක යු නියැදි අවකාශයට අනුරුප සිද්ධී අවකාශය \mathcal{E} යැයි ගනිමු.</p> <p>පහත සඳහන් අවශ්‍යතා තාප්ත කරන $P : \mathcal{E} \rightarrow [0, 1]$ ශ්‍රීතයකට සම්භාවිතා ශ්‍රීතයක් යැයි කියනු ලැබේ.</p> <p>(i) $P(A) \geq 0$ මිනැම $A \subseteq \Omega$ සඳහා</p> <p>(ii) $P(\Omega) = 1$</p> <p>(iii) A_1, A_2 අතොසානා වගයෙන් බහිෂ්කාර සිද්ධීන් දෙකක් නම්, $P(A_1 \cup A_2) = P(A_1) + P(A_2)$</p> <p>පහත සඳහන් ප්‍රමේයයන් සාධනය කරන්න.</p> <p>(i) $P(\emptyset) = 0$</p> <p>(ii) $P(A') = 1 - P(A)$</p> <p>(iii) $P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap B')$</p> <p>(iv) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$</p> <p>(v) $A \subseteq B$ නම් $P(A) \leq P(B)$</p> <p>තිදුසුන් ඉදිරිපත් කර ගැටු විසඳීමට සිපුන් යොමු කරන්න.</p>	
4.3	<p>1. අසම්භාව්‍ය සම්භාවිතාව අර්ථ දක්වයි.</p>	<p>A හා B යනු සසම්භාවී පරික්ෂණයක යු නියැදි අවකාශය හා සංසටහ සිද්ධී දෙකක් යැයි ගනිමු.</p> <p>A සිද්ධීය සිදු වී ඇතැයි දී ඇති විට B සිද්ධීය සිදු වීමේ අසම්භාව්‍ය සම්භාවිතාව $P(B/A)$ මගින් අංකනය කරනු ලබන අතර,</p> $P(B/A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)}$ <p>ලෙස අර්ථ දක්වන්න.</p> <p>මෙහි $P(A) > 0$ වේ.</p> <p>තිදුසුන් මගින් පැහැදිලි කරන්න.</p> <p>ගැටු විසඳීමට සිපුන් යොමු කරන්න.</p>	06

නිපුණතා මට්ටම	ඉගෙනුම් එල	විෂය කරුණු කරගෙන යාම සඳහා අත්වැලක්	කළේසේ ගණන
	<p>2. අසම්භවන සම්භාවිතා ප්‍රමෝදයන් සාධනය කරයි.</p> <p>3. ගුණන නීතිය සඳහන් කරයි.</p>	<p>පහත දැක්වෙන ප්‍රමෝදයන් සාධනය කරන්න.</p> <p>(i) $P(A) > 0$ නම් $P(\phi/A) = 0$</p> <p>(ii) $A, B \in \mathcal{E}$ සහ $P(A) > 0$ නම් $P(B'/A) = 1 - P(B/A)$</p> <p>(iii) $A, B_1, B_2 \in \mathcal{E}$ නම් $P(B_1/A) = P(B_1 \cap B_2/A) + P(B_1 \cap B_2'/A)$</p> <p>ප්‍රමෝදයන් හාවිතයෙන් ගැටුව විසඳීමට සිෂ්ටන් යොමු කරන්න.</p> <p>සිද්ධීන් දෙකක් සඳහා ගුණන නීතිය $P(A_1 \cap A_2) = P(A_1)P(A_2/A_1)$</p> <p>ලෙස ප්‍රකාශ කරන්න.</p> <p>සිද්ධී තුනක් සඳහා ගුණන නීතිය ප්‍රකාශ කරන්න.</p>	
4.4	ස්වායත්ත සිද්ධීන් අරථ දක්වයි.	A_1 සහ A_2 යනු \mathcal{E} අවකාශයේ සිද්ධීන් දෙකක් යැයි ද A_1 සහ A_2 ස්වායත්ත යැයි ද ගනිමු. $P(A_1 \cap A_2) = P(A_1)P(A_2)$ ලෙස අරථ දක්වන්න. <p>ස්වායත්ත සිද්ධීන් තුනක් සඳහා මෙය පැහැදිලි කරන්න.</p>	06
4.5	<p>1. නියැදි අවකාශයක විභාගනය අරථ දක්වයි.</p> <p>2. මූල සම්භාවිතා ප්‍රමෝදය ප්‍රකාශ කරයි.</p>	B_1, B_2, \dots, B_n යනු සසම්භාවී පරීක්ෂණයක \mathcal{E} නියැදි අවකාශය හා සංසටහ සිද්ධී අවකාශයේ වූ සිද්ධීන් යැයි ගනිමු. <p>(i) $\bigcup_{i=1}^n B_i = \Omega$</p> <p>(ii) $B_i \cap B_j = \emptyset$ ($i \neq j, 1 \leq i, j \leq n$) නම් $\{B_1, B_2, \dots, B_n\}$ යනු රු හි විභාගනයක් යැයි කියනු ලබන බව ප්‍රකාශ කරන්න.</p> <p>$\{B_1, B_2, \dots, B_n\}$ යනු රු නියැදි අවකාශය හා සංසටහ \mathcal{E} සිද්ධී අවකාශයේ වූ විභාගනයක් යැයි ගනිමු.</p>	06

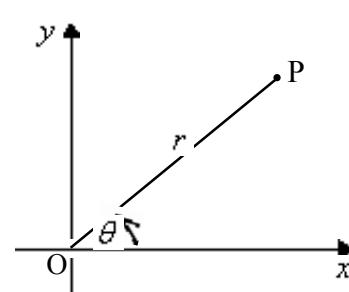
නිපුණතා මට්ටම	ඉගෙනුම් එල	විෂය කරුණු කරගෙන යාම සඳහා අත්වැලක්	කළේසේ ගණන
	3. බෙස්ගේ ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කර ගැටුව විසඳීම සඳහා භාවිත කරයි.	<p>A යනු \mathcal{E} සිද්ධී අවකාශයේ වූ ඕනෑම සිද්ධීයක් නම් එවිට, $P(A) = \sum_{i=1}^n P(A/B_i)P(B_i)$ බව පෙන්වන්න.</p> <p>මෙහි $P(A) > 0$ වේ.</p> <p>නිදසුන් ඉදිරිපත් කර ගැටුව විසඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න.</p> <p>$\{B_1, B_2, \dots, B_n\}$ යනු \mathcal{E} සිද්ධී අවකාශයේ වූ විනාගනයක් යැයි ගන්න. A යනු \mathcal{E} සිද්ධී අවකාශයේ වූ ඕනෑම සිද්ධීයක් නම් එවිට,</p> $P(B_j/A) = \frac{P(A/B_j)P(B_j)}{\sum_{i=1}^n P(A/B_i)P(B_i)}$ <p>බව පෙන්වන්න.</p> <p>නිදසුන් ඉදිරිපත් කර ගැටුව විසඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න.</p>	

තුන්වන වාරය

සංයුත්ත ගණිතය I (තුන්වන වාරය)

නිපුණතා මට්ටම	ඉගෙනුම් එල	විෂය කරුණු කරගෙන යාම සඳහා අත්වැලක්	කළඹිණේ ගණන
10.1	<p>1. පැස්කල් ත්‍රිකෝණය පැහැදිලි කරයි.</p> <p>2. ද්වීපද ප්‍රසාරණය ප්‍රකාශ කර සාධනය කරයි.</p> <p>3. ද්වීපද සංගුණකයන් හා ප්‍රසාරණයේ සංගුණකයන් අතර වෙනස පැහැදිලි කරයි.</p>	<p>ද්වීපද ප්‍රසාරණය</p> $\begin{matrix} & & & & 1 \\ & & & 1 & 2 & 1 \\ & & 1 & 3 & 3 & 1 \\ & 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{matrix}$ <p>අන්තවල සංඛ්‍යා හැරුණු විට අනෙක් මිනැම සංඛ්‍යාවක් ඉහත පේලියේ දෙපැත්තේ වූ සංඛ්‍යා දෙකක එකතුවක් වන සේ සැදුම්ලත් සංඛ්‍යා වැලක් පැස්කල් ත්‍රිකෝණය ලෙස හඳුන්වනු ලබන බව පැහැදිලි කරන්න.</p> <p>දින නිඩ්ල සඳහා</p> $(a+b)^n = {}^n C_0 a^n + {}^n C_1 a^{n-1} b + \dots + {}^n C_r a^{n-r} b^r + \dots + {}^n C_n b^n,$ <p>ලෙස ද්වීපද ප්‍රසාරණය ලියා දක්වන්න.</p> <p>මෙහි ${}^n C_r = \frac{n!}{(n-r)! r!}$ බවත් $0 \leq r \leq n$</p> <p>බවත් ප්‍රකාශ කරන්න.</p> <ul style="list-style-type: none"> ● ගණිත අභ්‍යහනය භාවිතයෙන් ● සංයෝජන භාවිතයෙන් <p>ද්වීපද ප්‍රසාරණය සාධනය කරන්න.</p> <p>$(a+x)^n = {}^n C_0 a^n + {}^n C_1 a^{n-1} x + \dots + {}^n C_r a^{n-r} x^r + \dots + {}^n C_n x^n,$</p> <p>ප්‍රසාරණයේ</p> <p>${}^n C_0, {}^n C_1, \dots, {}^n C_n$ ද්වීපද සංගුණක ලෙසත් ${}^n C_0 a^n, {}^n C_1 a^{n-1}, \dots, {}^n C_n$ ප්‍රසාරණයේ සංගුණක ලෙසත් හඳුන්වන බව ප්‍රකාශ කරන්න.</p> <ul style="list-style-type: none"> ● ප්‍රසාරණයේ පද $(n+1)$ ගණනකින් යුතු බවත් ● සාධාරණ පදය $T_{r+1} = {}^n C_r a^{n-r} x^r$ මගින් දක්වන බවත් පැහැදිලි කරන්න. <p>$a=1$ විට, එනම්, $(1+x)^n = \sum_{r=0}^n {}^n C_r x^r$ ලබා ගන්න.</p> <p>අදාළ ගැටුපු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න.</p>	06

නිපුණතා මට්ටම	ඉගෙනුම් එල	විෂය කරුණු කරගෙන යාම සඳහා අත්වැලක්	කළේසේ ගණන
	4. ද්වීපද ප්‍රසාරණයේ ලක්ෂණ පැහැදිලි කරයි.	$(1+x)^n = \sum_{r=0}^n {}^n C_r x^r .$ <p>ප්‍රසාරණය හාවිතයෙන් ද්වීපද ප්‍රසාරණයේ ලක්ෂණ ලබා ගන්න. එම ලක්ෂණ හාවිතයෙන් ගැටලු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න.</p>	
10.2	ද්වීපද ප්‍රසාරණයේ වැඩිතම පදයන් වැඩිතම සංගුණකයන් සෞයයි.	ද්වීපද ප්‍රසාරණයේ වැඩිතම පදයන් වැඩිතම සංගුණකයන් සෞයන අයුරු සාකච්ඡා කරන්න. නිදසුන් මගින් පැහැදිලි කර ගැටලු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න.	06
14.1	1. අතාත්ත්වික ඒකකය හා අතාත්ත්වික සංඛ්‍යාව හඳුනා ගනියි. 2. සංකීර්ණ සංඛ්‍යා අර්ථ දක්වයි.	$i^2 = -1$ වන පරිදි i අතාත්ත්වික ඒකකය හඳුන්වන්න. $a \in \mathbb{R}$ සහ $i^2 = -1$ වන ai ආකාරයේ සංඛ්‍යා නූදෙක් අතාත්ත්වික සංඛ්‍යා ලෙස හඳුන්වන බව ප්‍රකාශ කරන්න. $i^n, n \in \mathbb{Z}^+$ සාකච්ඡා කරන්න. $a, b \in \mathbb{R}$ සහ $i^2 = -1$ විට, $z = a + ib$ සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවක් ලෙස හඳුන්වන බව ප්‍රකාශ කරන්න.	02
14.2	3. සංකීර්ණ සංඛ්‍යා දෙකක සමානතාව සඳහා අවශ්‍යතා ප්‍රකාශ කරයි. 4. සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවක ප්‍රතිඛ්‍යා අර්ථ දක්වයි.	$z_1 = a_1 + ib_1$ සහ $z_2 = a_2 + ib_2$ ලෙස ගන්න. $z_1 = z_2 \Leftrightarrow a_1 = a_2$ සහ $b_1 = b_2$ බව ප්‍රකාශ කරන්න. $z = a + ib$ නම් z සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවේ ප්‍රතිඛ්‍යා යුතු මගින් අවශ්‍යතා ප්‍රකාශ කරන අතර එය $\bar{z} = a - ib$ ලෙස අර්ථ දක්වන බව ප්‍රකාශ කරන්න.	02
	සංකීර්ණ සංඛ්‍යා සඳහා විෂ්‍ය කරම අර්ථ දක්වයි.	$z = a + ib, z_2 = a_2 + ib_2$ සහ $\lambda \in \mathbb{R}$ ලෙස ගන්න.	

නිපුණතා මට්ටම	ඉගෙනුම් එල	විෂය කරුණු කරගෙන යාම සඳහා අත්වැලක්	ක්‍රේඩ් ගණන
		<p>එවිට,</p> <p>$\textcircled{1} \quad z_1 + z_2 = (a_1 + a_2) + i(b_1 + b_2)$</p> <p>$\textcircled{2} \quad \lambda z = \lambda(a + ib) = \lambda a + i\lambda b$</p> <p>$\textcircled{3} \quad z_1 - z_2 = (a_1 - a_2) + i(b_1 - b_2)$</p> <p>$\textcircled{4} \quad z_1 z_2 = (a_1 a_2 - b_1 b_2) + i(a_1 b_2 + a_2 b_1)$</p> <p>$\textcircled{5} \quad \frac{z_1}{z_2} = \frac{a_1 + ib_1}{a_2 + ib_2} =$</p> $\left(\frac{a_1 a_2 + b_1 b_2}{a_2^2 + b_2^2} \right) + i \left(\frac{a_2 b_1 - a_1 b_2}{a_2^2 + b_2^2} \right) z_2 \neq 0$ <p>සංකීරණ සංඛ්‍යා කුලකය \mathbb{C} ඉහත කර්ම යටතේ සංවාත බව ප්‍රකාශ කරන්න.</p> <p>$z + \bar{z}$ සහ $z\bar{z}$</p> <p>තාත්ත්වික සංඛ්‍යා බව පෙන්වන්න.</p> <p>ගැටුව විසඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න.</p>	
14.3	<p>1. සංකීරණ සංඛ්‍යාවක් ආරගන්ඩ් සටහනක නිරුපණය කරයි.</p> <p>2. සංකීරණ සංඛ්‍යාවක මාපාංකය අර්ථ දක්වයි.</p>	<p>ආරගන්ඩ් සටහන (සංකීරණ තලය) හඳුන්වන්න.</p> <p>සංකීරණ සංඛ්‍යාවක් ආරගන්ඩ් සටහනෙහි ලක්ෂණයකින් නිරුපණය කළ හැකි බව පහදා දෙන්න.</p> <p>$z = x + iy$ විට ආරගන්ඩ් සටහනේ $P(x, y)$ ලක්ෂණය මගින් z සංකීරණ සංඛ්‍යාව නිරුපණය කරන්න.</p>  <p>z සංකීරණ සංඛ්‍යාවේ මාපාංකය z මගින් අංකනය කරන්න.</p> $ z = \sqrt{x^2 + y^2} \geq 0$ $ z = OP = r \text{ බව ප්‍රකාශ කරන්න.}$	18

නිපුණතා මට්ටම	ඉගෙනුම් එල	විෂය කරුණු කරගෙන යාම සඳහා අත්වැලක්	කළේසේ ගණන
	<p>3. නිශ්චුනා වූ සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවක් $r(\cos \theta + i \sin \theta)$ ආකාරයට දක්වයි.</p>	$z = x + iy$ යනු නිශ්චුනා වූ සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවක් යැයි ගන්න. එවිට $z = \sqrt{x^2 + y^2} \left\{ \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} + i \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} \right\}$ $= r(\cos \theta + i \sin \theta)$ මෙහි $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ $\cos \theta = \frac{x}{r}$ සහ $\sin \theta = \frac{y}{r}$ වේ.	
	<p>4. සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවක විස්තාරය හඳුන්වයි.</p>	z යනු නිශ්චුනා සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවක් ලෙස ගන්න. $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ තාප්ත කරන ඒ විස්තාරය ලෙස හඳුන්වන්න. <p>z සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවේ විස්තාරය විස්තා z මගින් අංකනය කරන්න.</p> <p>විස්තා $z = \arg z = \alpha (0 \leq \alpha \leq 2\pi)$</p> <p>$z$ හි ප්‍රධාන විස්තාරය විස්තා $(\alpha) = \operatorname{Arg} z$ මගින් අංකනය කරන්න.</p> <p>$\operatorname{Arg} z = \alpha$ නම් එවිට $-\pi < \alpha \leq \pi$ බව ප්‍රකාශ කරන්න.</p>	
	<p>5. ආර්ගන්ඩ් සටහනක සංකීර්ණ සංඛ්‍යා නිරුපණය කරන ලක්ෂා නිර්මාණය කරයි.</p>	z සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව දී ඇති විට පහත සඳහන් ලක්ෂා ආර්ගන්ඩ් සටහනේ නිරුපණය කිරීමට ආරම්භක නිර්මාණ ඉදිරිපත් කරන්න. <p>$\bullet \quad \lambda z \quad \bullet \quad \bar{z}; \quad \lambda \in \mathbb{R}$</p> <p>$z_1$ හා z_2 සංකීර්ණ සංඛ්‍යා දී ඇති විට පහත දැක්වෙන ලක්ෂා ආර්ගන්ඩ් සටහනේ නිරුපණය කිරීමට ජ්‍යාමිතික නිර්මාණ ඉදිරිපත් කරන්න.</p> <p>$\bullet \quad z_1 + z_2 \quad \bullet \quad z_1 - z_2$</p> <p>$\bullet \quad \frac{\lambda z_1 + \mu z_2}{\lambda + \mu}$ මෙහි $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$</p> <p>$z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ සඳහා $z_1 + z_2 \leq z_1 + z_2$</p> <p>බව සාධනය කර ආර්ගන්ඩ් සටහන මගින් ජ්‍යාමිතිකව පහදන්න.</p> <p>$z_1 - z_2 \leq z_1 - z_2$ බව අපෝහනය කරන්න.</p> <p>නිදුසුන් මගින් පැහැදිලි කර ගැටුව විසඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න.</p>	

නිපුණතා මට්ටම	ඉගෙනුම් එල	විෂය කරුණු කරගෙන යාම සඳහා අත්වැලක්	කාලවේදී ගණන
14.4	<p>1. සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවක මාපාංකය හා විස්තාරය සෞයයි.</p> <p>2. $z_1 z_2$ සහ $\frac{z_1}{z_2}$ සංකීර්ණ සංඛ්‍යා ආර්ගන්ඩ් සටහනේ නිර්මාණය කර දක්වන්න.</p>	$z_1 = r_1 (\cos \theta_1 + i \sin \theta_1) \text{ හා}$ $z_2 = r_2 (\cos \theta_2 + i \sin \theta_2) \text{ නම්,}$ $z_1 z_2 = r_1 r_2 [\cos(\theta_1 + \theta_2) + i \sin(\theta_1 + \theta_2)]$ බවත් $\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} [\cos(\theta_1 - \theta_2) + i \sin(\theta_1 - \theta_2)]$ බවත් පෙන්වන්න. $z_1 z_2$ සහ $\frac{z_1}{z_2}$ ආර්ගන්ඩ් සටහනේ නිර්මාණය කර දක්වන්න. නිරුපණය කිරීමට නිර්මාණ ඉදිරිපත් කරයි. $z = \text{දි ඇති විට } z(\cos \alpha + i \sin \alpha) \text{ දෙන සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව නිරුපණය කරන්න.}$ $\text{නිදසුන් මගින් පැහැදිලි කරන්න.}$	05
14.5	සංකීර්ණ තළයේ පථ සෞයයි.	z, z_0, z_1 සහ z_2 සංකීර්ණ සංඛ්‍යා පිළිවෙළින් P, P_0, P_1, P_2 ලක්ෂාවලින් නිරුපණය වන්නේ යැයි ගන්න. ● $ z - z_0 = r$ මගින් දෙනු ලබන z සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවේ පථය කේත්දය P_0 සහ අරය r වන වෘත්තයක් බව පෙන්වන්න. පථයේ සම්කරණය ලබා ගන්න. ● $\text{Arg}(z - z_0) = \alpha$ සම්කරණයෙන් දෙනු ලබන z සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවේ පථය x අක්ෂයේ දන දිගාව සමග α කෝණයක් සාදන PP_0 අර්ථ රේඛාවෙන් (රේඛා බණ්ඩයෙන්) දැක්වෙන බව පෙන්වන්න. ● $ z - z_1 = z - z_2 $ සම්කරණයෙන් දි ඇති z සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවේ පථය P_1P_2 හි ලම්බ සමවේදකයෙන් නිරුපණය වන බව පෙන්වා එහි කාට්සිය සම්කරණය ලබා ගන්න. විවිධ පථ සේවීමට සිසුන් යොමු කරන්න.	04

නිපුණතා මට්ටම	ඉගෙනුම් එල	විෂය කරුණු කරගෙන යාම සඳහා අත්වැලක්	කාලේණු ගණන
12.1	<p>1. න්‍යාසයක් අර්ථ දක්වයි.</p> <p>2. න්‍යාසවල සමානතාව අර්ථ දක්වයි.</p> <p>3. න්‍යාස ආකලනය අර්ථ දක්වයි.</p>	<p>න්‍යාස න්‍යාසයක් යනු සංජුරුකෝණාපු සංඛ්‍යා වැලක් බවත් න්‍යාස A, B, C. ආදී ඉංග්‍රීසි කැපිටල් අකුරුවලින් අංකනය කරන බවත් ප්‍රකාශ කරන්න.</p> $A = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$ <p>පේලි m හා තීර n වලින් යුත් න්‍යාසයක තරම (දේව්මානය) $m \times n$ වන බවත් A න්‍යාසය $(a_{ij})_{m \times n}$ ලෙස ලියා දක්වන බවත් ප්‍රකාශ කරන්න.</p> <p>න්‍යාසයක අවයව a_{ij} යනු i පේලියේ j තීරයේ අවයවයයි.</p> <p>පේලි න්‍යාසය එක් පේලියක් පමණක් අඩංගු න්‍යාසයක් පේලි න්‍යාසයක් ලෙස හැඳින්වේ.</p> <p>තීර න්‍යාසය එක් තීරයක් පමණක් ඇති න්‍යාසයක් තීර න්‍යාසයක් ලෙස හැඳින්වේ.</p> <p>ගුණය න්‍යාසය සියලුම අවයවයන් ගුණය වන න්‍යාසයක් ගුණය න්‍යාසයක් වේ. ඉහත නිදසුන් මගින් පැහැදිලි කරන්න.</p> <p>$A = (a_{ij})_{m \times n}, B = (b_{ij})_{m \times n}$ න්‍යාස දෙකෙහි තරම සමාන නම් සහ සියලු i, j සඳහා $a_{ij} = b_{ij}$ නම් එවිට A = B බව ප්‍රකාශ කරන්න.</p> <p>ආකලනයේ පහත අවශ්‍යතා ප්‍රකාශ කරන්න.</p> <ul style="list-style-type: none"> ● න්‍යාසවල තරම සමාන විය යුතු බව ● අනුරුප අගයන් එකතු කරනු ලබන බව 	Q2

නිපුණතා මට්ටම	ඉගෙනුම එල	විෂය කරුණු කරගෙන යාම සඳහා අත්වැලක්	කාලීනේදා ගණන
	<p>4. න්‍යාසයක් අදියෙකින් ගුණ කිරීම අර්ථ දක්වයි.</p> <p>5. න්‍යාසයක පෙරළම අර්ථ දක්වයි.</p>	<p>න්‍යාස ආකලනය</p> <ul style="list-style-type: none"> ● සංචාර බව ● න්‍යාදේශ බව ● විස්වනය වන බව <p>පහදා දෙන්න.</p> <p>$A = (a_{ij})_{m \times n}; \lambda \in \mathbb{R}$ නම් සියලු $i = 1, 2, 3, \dots, m, j = 1, 2, 3, \dots, n$ සඳහා</p> <p>$\lambda A = (\lambda a_{ij})_{m \times n}$ බව ප්‍රකාශ කරන්න.</p> <p>$\lambda = -1$ විට</p> <p>$(-1)A = -A.$</p> <p>A න්‍යාසයක පෙරළම A^T මගින් අංකනය කරන බවත් $A = (a_{ij})_{m \times n}$ නම් $A^T = (b_{ij})_{n \times m}$, මෙහි සියලු i, j සඳහා $b_{ij} = a_{ji}$ බවත් ප්‍රකාශ කරන්න.</p> <p>$1 \leq i \leq m$ සහ $1 \leq j \leq n$</p> <ul style="list-style-type: none"> ● $(A^T)^T = A$ ● $(A+B)^T = A^T + B^T$ <p>බව සත්‍යාපනය කරන්න.</p>	
12.2	න්‍යාසවල විශේෂ අවස්ථා පැහැදිලි කරයි.	<p>ගණය $m \times n$ වූ A න්‍යාසයක $m = n$ විට A සමව්‍යුරුසු න්‍යාසයක් ලෙස අර්ථ දක්වන්න.</p> $A = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$ <p>$(a_{11}, a_{21}, a_{31}, \dots, a_{n1})$ නායක (ප්‍රධාන) විකර්ණය ලෙස හඳුන්වන්න.</p> <ul style="list-style-type: none"> • A සමව්‍යුරුසු න්‍යාසයෙහි <p>$a_{ij} = \begin{cases} 1, & i = j \text{ හිට } \\ 0, & i \neq j \text{ හිට } \end{cases}$</p> <p>ද නම් A ඒකක න්‍යාසයක් ලෙස හඳුන්වා එය I_n මගින් අංකනය කරන්න.</p>	04

නිපුණතා මට්ටම	ඉගෙනුම් එල	විෂය කරුණු කරගෙන යාම සඳහා අත්වැලක්	කාලේජේ ගණන
		<ul style="list-style-type: none"> A සමවතුරසු න්‍යාසයක සියලු $i \neq j$ සඳහා $a_{ij} = 0$ නම් එය විකරණ න්‍යාසයක් ලෙස අර්ථ දක්වන්න. A සමවතුරසු න්‍යාසයක $A^T = A$ නම් A සමමිතික න්‍යාසයක් ලෙස අර්ථ දක්වන්න. A සමවතුරසු න්‍යාසයක $A^T = -A$ නම් A කුටික සමමිතික න්‍යාසයක් ලෙස අර්ථ දක්වන්න. A සමවතුරසු න්‍යාසයක $i > j$ විට $a_{ij} = 0$ නම් A උඩත් ත්‍රිකෝෂීක න්‍යාසයක් ලෙස අර්ථ දක්වන්න. A සමවතුරසු න්‍යාසයක $i < j$ විට $a_{ij} = 0$ නම් A යටත් ත්‍රිකෝෂීක න්‍යාසයක් ලෙස හඳුන්වන්න. <p>ඉහත එක එකක් නිදසුන් මගින් පැහැදිලි කරන්න.</p>	
12.3	<p>1. න්‍යාස ගුණීතය අර්ථ දක්වයි.</p> <p>2. ගැටලු විසඳීම සඳහා ප්‍රමේයයන් භාවිත කරයි.</p>	<p>$A_{m \times p}$ සහ $B_{p \times n}$ න්‍යාස දෙක සලකන්න.</p> <p>$p = q$ විට, AB ගුණීතය අර්ථ දැක්වෙන බව ප්‍රකාශ කරන්න.</p> $A = (a_{ij})_{m \times p} \text{ සහ } B = (b_{ij})_{p \times n} \text{ නම්}$ $AB = \left[\sum_{k=1}^p (a_{ik} b_{kj}) \right]_{m \times n} \text{ ලෙස ගණය } m \times n$ <p>වූ AB න්‍යාසය අර්ථ දක්වන්න.</p> <p>සාධාරණ වගයෙන්, $AB \neq BA$ බව ප්‍රකාශ කරන්න.</p> <p>නිදසුන් මගින් පැහැදිලි කර ගැටලු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න.</p> <p>A, B, C ගණය \neq එම්, සමවතුරසු න්‍යාස සඳහා පහත ප්‍රතිඵල ඉදිරිපත් කරන්න.</p> <p>• $(\lambda A)B = \lambda(AB) = A(\lambda B), \lambda \in \mathbb{R}$.</p> <p>• $A(BC) = (AB)C \quad (\text{න්‍යාදේශය})$</p>	04

නිපුණතා මට්ටම	ඉගෙනුම් එල	විෂය කරුණු කරගෙන යාම සඳහා අත්වැලක්	කාලෝසේ ගණන
		<p>(i) $A(B+C) = AB+AC$ (විසටනය)</p> <p>(ii) $(B+C)A = BA+CA$ (විසටනය)</p> <p>(iii) $A \times O = O = O \times A$ (iv) යනු ඇතා නායාසයයි)</p> <p>(v) $AI_n = A = I_n A$</p> <p>(vi) $(AB)^T = B^T A^T$</p> <p>(vii) $AB = O$ විම සඳහා $A = \mathbf{0}$ හෝ $B = \mathbf{0}$ විම අවශ්‍ය නොවේ.</p> <p>$P(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i$ යැයි ගෙනිමු. \mathbf{A} යනු තරම n වූ</p> <p>සමවතුරසු නායාසයක් නම්, $P(A) = \sum_{i=0}^n a_i A^i$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වා දෙන්න. මෙහි $A^0 = I_n$</p> <p>3. 2×2 නායාසයක ප්‍රතිලේඛනය සොයයි.</p> <p>$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ලෙස දී ඇති විට 2×2 නායාසයක නිශ්චිතයකය සොයන්න.</p> <p>A නිශ්චිතයකය $= \det A$</p> <p>$A = A = ad - bc$ බව පැහැදිලි කරන්න.</p> <p>A නායාසය දී ඇති විට $AB = I_2 = BA$ වන පරිදි B නායාසයක් අර්ථ දක්වන්න.</p>	
12.4	ත්‍යාස භාවිතයෙන් සමාගම සම්බන්ධ සැක්කරණ විසඳුයි.	$a_1x + b_1y = c_1$ $a_2x + b_2y = c_2$ දී ඇති විට සමාගම සම්බන්ධ සැක්කරණ $\mathbf{AX} = \mathbf{C}$ ආකාරයට ලිවිය හැකි බව ප්‍රකාශ කරන්න.	06
		මෙහි $A = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ සහ $C = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix}$ A^{-1} පවතින විට $A^{-1}AX = A^{-1}C$ $(A^{-1}A)X = A^{-1}C$ $X = A^{-1}C$ බව පෙන්වා දෙන්න.	

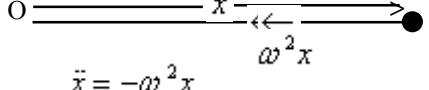
නිපුණතා මට්ටම	ඉගෙනුම් එල	විෂය කරුණු කරගෙන යාම සඳහා අත්වැක් හැකිවේ
13.1	<p>1. නිශ්චායකයක අගය අර්ථ දක්වයි.</p> <p>2. 3×3 නිශ්චායකයක අවයවයක කණීජ්‍යය අර්ථ දක්වයි.</p>	<p>සමගාමී සම්කරණවල පහත සඳහන් විසඳුම් සාකච්ඡා කරන්න.</p> <ul style="list-style-type: none"> ● අනනා විසඳුම ● අපරිමිත විසඳුම් තිබේ ● විසඳුම් නොමැති විට නිදසුන් මගින් පැහැදිලි කර ගැටුව විසඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න. <p>නිශ්චායක</p> <ul style="list-style-type: none"> ● 2×2 සහ 3×3 ආකාරයේ නිශ්චායක හඳුන්වන්න. ● 2×2 නිශ්චායකයක අගය $\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \text{ නම } \Delta = a_1 b_2 - a_2 b_1$ <ul style="list-style-type: none"> ● 3×3 නිශ්චායකයක අගය $\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} \text{ නම}$ <p>පළමු තීරයෙන් ප්‍රසාරණය කිරීමෙන්</p> $= a_1 \begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} - b_1 \begin{vmatrix} a_2 & c_2 \\ a_3 & c_3 \end{vmatrix} + c_1 \begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix}$ $\Rightarrow \Delta = a_1(b_2 c_3 - b_3 c_2) - b_1(a_2 c_3 - a_3 c_2) + c_1(a_2 b_3 - a_3 b_2)$ <p>සටහන: නිශ්චායකයේ විනැම තීරයකින් හෝ පේලියකින් ප්‍රසාරණය කළ හැකි බව පෙන්වා දෙන්න.</p> <p>i වන පේලියේ j වන තීරයට අනුරූප අවයවයෙහි කණීජ්‍යය M_{ij} මගින් අංකනය කරන අතර i වන පේලිය හා j වන තීරය නොමැතිව ලැබෙන 2×2 නිශ්චායකය M_{ij} ලෙස හඳුන්වන්න.</p> <p>මෙහි $i, j = 1, 2, 3$</p> <p>3×3 නිශ්චායකයක අවයවයන් හි කණීජ්‍ය සෙවීමට සිසුන් යොමු කරන්න.</p>

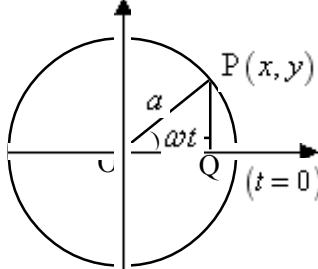
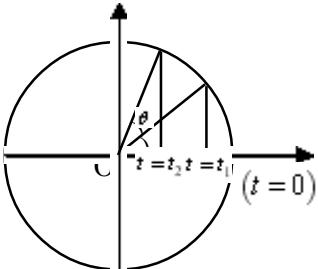
නිපුණතා මට්ටම	ඉගෙනුම් එල	විෂය කරුණු කරගෙන යාම සඳහා අත්වැලක්	කළේපේද ගණන
	<p>3. 3×3 නිශ්චායකයක අවයවයක සහසාධකය අර්ථ දක්වයි.</p> <p>4. 3×3 නිශ්චායකයක ලක්ෂණ ප්‍රකාශ කරයි.</p>	$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$ <p>a_{ij} අවයවයේ සහසාධකය A_{ij} මගින් අංකනය කර A_{ij} හි අගය $A_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$ මගින් ලබා දෙන බව පැහැදිලි කරන්න.</p> <p>මෙහි $i, j = 1, 2, 3$</p> <p>3×3 නිශ්චායකයන්හි සහසාධක සෙවීමට සිපුන් යොමු කරන්න.</p> <p>පහත සඳහන් ලක්ෂණ සත්‍යාපනය කර සාකච්ඡා කරන්න.</p> <ul style="list-style-type: none"> ● \mathbf{A} යනු තරම 3 තුළ සම්වතුරසු නිශ්චායකයක් නම්, $\det \mathbf{A} = \det \mathbf{A}^T$ වේ. ● එක් පේෂීයක (හෝ තීරයක) සියලු අවයව සමාන වේ නම් නිශ්චායකයේ අගය ගුනාය වේ. ● ඩිනැම පේෂී (හෝ තීර) දෙකක් අතුරු මාරු කළ විට නිශ්චායකයේ අගයෙහි ලකුණ මාරු වේ. ● නිශ්චායකයේ පේෂීයක (හෝ තීරයක) ගුණාකාරය වෙනත් පේෂීයකට (හෝ තීරයකට) එකතු කළ විට නිශ්චායකයේ අගය වෙනස් නොවේ. ● නිශ්චායකයක එක් පේෂීයක් (හෝ තීරයක්) ඇත් අදිගයකින් ගුණ කළ විට එම නිශ්චායකයේ අගය Δ ට සමාන වේ. ● නිශ්චායකයක පේෂීයක් (හෝ තීරයක්) වෙනත් පේෂීයකට (හෝ තීරයකට) එකතු කළ විට හෝ වෙනත් පේෂීයකින් (හෝ තීරයකින්) අඩු කළ විට නිශ්චායකයේ අගය වෙනස් නොවේ. ● නිශ්චායකයක පේෂී හා තීර සියල්ල අතුරු මාරු කළ විට එහි අගය වෙනස් නොවේ. <p>(viii) $\Delta_1 = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & a_1 \\ x_2 & y_2 & a_2 \\ x_3 & y_3 & a_3 \end{vmatrix}, \Delta_2 = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & b_1 \\ x_2 & y_2 & b_2 \\ x_3 & y_3 & b_3 \end{vmatrix}$</p>	

නිපුණතා මට්ටම	ඉගෙනුම් එල	විෂය කරුණු කරගෙන යාම සඳහා අත්වැලක්	කාලේණු ගණන
	<p>5. විව්‍යාදකක් සහිත සමාගම් සම්කරණ විසඳීම සඳහා 2×2 නිශ්චායක භාවිත කරයි.</p>	<p>විව්‍යාදකක් සහිත සමාගම් සම්කරණවල විසඳුම් සාකච්ඡා කරන්න.</p> <p>කුමරගේ නීතිය (Gauss's Rule) මගින්</p> $a_1x + b_1y = c_1$ $a_2x + b_2y = c_2$ <p>සම්කරණවල විසඳුම</p> $x = \frac{\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}}, \quad \text{සහ } y = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}},$ $a_1b_2 - a_2b_1 \neq 0$ <p>ලෙස ප්‍රකාශ කළ හැකි බව පෙන්වා දෙන්න.</p> <p>සම්කරණ විසඳීම සඳහා කුමරගේ නීතිය භාවිත කිරීමට සියුන් යොමු කරන්න.</p> <p>විව්‍යාදක තුනක් සහිත සමාගම් සම්කරණවල විසඳුම් සාකච්ඡා කරන්න.</p> $a_1x + b_1y + c_1z = d_1$ $a_2x + b_2y + c_2z = d_2$ $a_3x + b_3y + c_3z = d_3$ <p>යන සම්කරණවල විසඳුම කුමරගේ නීතිය අනුව</p> $x = \frac{\begin{vmatrix} d_1 & b_1 & c_1 \\ d_2 & b_2 & c_2 \\ d_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}}, \quad y = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & d_1 & c_1 \\ a_2 & d_2 & c_2 \\ a_3 & d_3 & c_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}}$	

නිපුණතා මට්ටම	ඉගෙනුම් එල	විෂය කරුණු කරගෙන යාම සඳහා අත්වැලක්	කාලේණු ගණන
		$z = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & d_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}}$ <p style="text-align: center;">මෙහි $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} \neq 0$</p> <p>බව ප්‍රකාශ කර විවෘත 3ක් සහිත සමාම් සම්කරණ කුමර්ගේ නීතිය භාවිතයෙන් විසඳීමට සියුන් යොමු කරන්න.</p>	

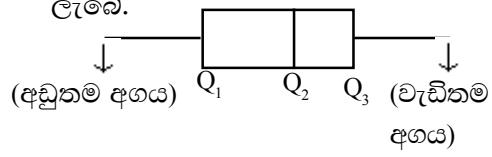
සංයුත්හ ගණිතය // (තුළුවැනි වාර්ය)

නිපුණතා මට්ටම	ඉගෙනුම් එල	විෂය කරුණු කරගෙන යාම සඳහා අත්වැලක්	කළඹීමේ ගණන
3.16	<p>1. සරල අනුවර්තී වලිතය අර්ථ දක්වයි.</p> <p>2. සරල අනුවර්තී වලිතයේ අවකලන සම්කරණය සහ එහි සාධාරණ විසඳුම ලබා ගනියි.</p> <p>3. විස්තරයේ ලියයක් ලෙස ප්‍රවේශය ලබා ගනියි.</p> <p>4. විස්තාරය හා ආවර්තන කාලය අර්ථ දක්වයි.</p>	<p>සරල අනුවර්තී වලිතය</p> <p>සරල අනුවර්තී වලිතය යනු, ව්‍යක්තික දේශීලන වලිත ප්‍රහේදයක් බව ප්‍රකාශ කරන්න.</p> <ul style="list-style-type: none"> සරල රේඛාවක් මත වලිතය වන අංශුවක රේඛීය ත්වරණය, රේඛාව මත වූ අවල ලක්ෂ්‍යයක සිට අංශුවේ විස්තරාපනයට විශාලත්වයෙන් සමානුපාතික ද, එහි දිගාව අවල ලක්ෂ්‍යය වෙත යොමු වී පවතී ද නම්, එම අංශුවේ වලිතය සරල අනුවර්තී යැයි කියනු ලැබේ. ඉහත අර්ථ දැක්වීම ඉදිරිපත් කරන්න. ඉහත කි අවල ලක්ෂ්‍යය දේශීලන කෙන්ද්‍රය ලෙස භාෂුන්වනු ලබන බව ද ප්‍රකාශ කරන්න. <p style="text-align: center;"></p> <p>ඉහත දැක්වෙන්නේ සරල අනුවර්තී වලිතයේ අවකලන සම්කරණයයි. මෙහි ය යනු තියතයකි.</p> <p>ඉහත අවකලන සම්කරණයේ සාධාරණ විසඳුම $x = A \cos \omega t + B \sin \omega t$ බව සත්‍යාපනය කරන්න. මෙහි A, B හා ω තියත වන අතර, t යනු කාලයයි.</p> <p>$x = A \cos \omega t + B \sin \omega t$ මගින්</p> $\ddot{x}^2 = \omega^2 \left[(A^2 + B^2) - x^2 \right]$ $\Rightarrow \ddot{x}^2 = \omega^2 \left[a^2 - x^2 \right], \text{ මෙහි } a^2 = A^2 + B^2$ <p>ලැබෙන බව පෙන්වා දෙන්න.</p> <p>t කාලයේ දී විස්තරාපනය සඳහා $x = a \sin(\omega t + \alpha)$ යන සූත්‍රය ද භාවිත කළ ගැනී බව පෙන්වන්න.</p> <p>① $a = \sqrt{A^2 + B^2}$ යන්න, සරල අනුවර්තී වලිතයේ විස්තාරය බව ද,</p> <p>② $T = \frac{2\pi}{\omega}$ යනු සරල අනුවර්තී වලිතයේ ආවර්තන කාලය බව ද ප්‍රකාශ කරන්න.</p>	06

නිපුණතා මට්ටම	ඉගෙනුම් එල	විෂය කරුණු කරගෙන යාම සඳහා අත්වැලක්	කළේපේද ගණන
	<p>5. ඒකාකාර වෘත්ත වලිතය ඇසුරෙන් සරල අනුවර්තී වලිතය අර්ථකථනය කරයි.</p> <p>6. වලිත කාල ප්‍රාන්තර සොයයි.</p>	<p>පහත සඳහන් දැ සාකච්ඡා කරන්න.</p>  $x = a \cos \omega t$ $\dot{x} = -a \omega \sin \omega t$ $\ddot{x} = -a \omega^2 \cos \omega t = -\omega^2 x$ <p>P ලක්ෂණය, අරය a වූ වෘත්තයක නියත ය කෝණික ප්‍රවේශයෙන් වලනය වන විට, වෘත්තයේ අවල විෂකම්භයක් මත P හි ප්‍රක්ෂේපය වන Q ලක්ෂණයේ වලිතය සරල අනුවර්තී වන බව ඉහත දක්වා ඇති අයුරින් පෙන්වා දෙන්න.</p>  <p>සරල අනුවර්තී වලිතයේ යෙදෙන අංශවක පිහිටීම් දෙකක් අතර කාල ප්‍රාන්තරය</p> $\theta_2 - \theta_1 = \frac{\theta}{\omega} \quad \text{බව,}$ <p>ඉහත රුපයේ පරිදි වෘත්ත වලිතය ඇසුරෙන් පෙන්වා දෙන්න.</p> <p>ඉහත කාල ප්‍රාන්තරය සරල අනුවර්තී වලිතය පිළිබඳ සම්කරණ මගින් ද ලබා ගත හැකි බව ද පෙන්වා දෙන්න.</p>	
3.17	<p>1. සිරස් රේඛාවක් ඔස්සේ සරල අනුවර්තී වලිතයේ ස්වභාවය විස්තර කරයි.</p>	<p>හුක්ගේ නියමය එනම්, ඇදී තන්තුවක හෝ සර්පිල දුන්නක ආතතිය හෝ සම්පිශිත සර්පිල දුන්නක තෙරපුම,</p> $T = \lambda \frac{d}{l} \quad \text{බව ප්‍රකාශ කරන්න.}$ <p>මෙහි λ : ප්‍රත්‍යාස්ථානා මාපාංකය d : වැඩි වූ දිග හෝ සම්පිශිත දිග (විතතිය)</p>	06

නිපුණතා මට්ටම	ඉගෙනුම් එල	විෂය කරුණු කරගෙන යාම සඳහා අත්වැක්	කාලෝච්ච ගණන
		<p>1 : ස්වාධාවික දිග අනුකළනය හා විතයෙන් ප්‍රත්‍යාස්ථා විහාර ගක්තිය $\frac{\lambda d^2}{2I}$ බව සාධනය කරන්න.</p> <p>ප්‍රත්‍යාස්ථා බලවල ක්‍රියාව යටතේ, අංගුවක සිරස් රේඛීය සරල අනුවර්ති වලිතය.</p>	
3.18	සිරස් රේඛීයක් ඔස්සේ අංගුවක සරල අනුවර්ති වලිතය විස්තර කරයි.	<p>ප්‍රත්‍යාස්ථා බල එරෙහි ක්‍රියාව යටතේ සිරස් රේඛීයක් ඔස්සේ අංගුවක සරල අනුවර්ති වලිතය සහ සරල අනුවර්ති වලිතයකින් හා ගුරුත්වය යටතේ නිදැල්ලේ වලිතයකින් සමන්විත සංයුත්ත වලිත සාකච්ඡා කරන්න.</p> <p>සංඛ්‍යානය</p>	06
5.1	<p>1. සංඛ්‍යානය යනු ක්‍රමක්දයී විස්තර කරයි.</p> <p>2. සංඛ්‍යානයේ ස්වභාවය විස්තර කරයි.</p>	<p>සංඛ්‍යානය යනු ප්‍රමාණාත්මක දත්ත ලබා ගෙන විශ්ලේෂණය කිරීමෙන් තීරණවලට එලැංකීමේ විද්‍යාවක් බව ප්‍රකාශ කරන්න.</p> <p>සටහන: සංඛ්‍යාතියක් යනු දත්ත කුලකයකින් ගණනය කරනු ලබන නිරුපා අගයකි.</p> <p>සංඛ්‍යාතිය යන පදයේ බහු වචනය සංඛ්‍යාති වේ.</p> <p>① විස්තරාත්මක සංඛ්‍යානය ② අනුම්තික සංඛ්‍යානය යනුවෙන් සංඛ්‍යාතය ක්ෂේත්‍ර දෙකකට වෙන් කළ හැකි බව ප්‍රකාශ කර, ඒවා පහත දැක්වෙන ආකාරයට විස්තර කරන්න. ③ විස්තරාත්මක සංඛ්‍යානයේ, දත්ත සංවිධානය, වගු ප්‍රස්ථාර හා නිරුපා අගයයන් හා විතයෙන් දත්ත ඉදිරිපත් කිරීම හා විස්තර කිරීම. ④ අනුම්තික සංඛ්‍යානයේ සංගහනයක් පිළිබඳ ව තීරණ ගැනීමට හෝ ප්‍රාගෝක්තියට තියැදි ප්‍රතිඵල උපයෝගී කර ගත හැකි ක්‍රම ඇතුළත් වේ. මෙහි දී සමඟාවිතා ව්‍යාප්ති යොදා ගනු ලැබේ. අනුම්තික සංඛ්‍යානය විෂය නිරදේශයට ඇතුළත් නොවේ.</p>	01
5.2	1. දත්ත මගින් තොරතුරු ලබා ගන්නා අපුරු විස්තර කරයි.	<p>දත්ත යනු විවෘත රාඩියක් හා සම්බන්ධ අගය සමුදායක් බව ප්‍රකාශ කරන්න.</p> <p>තොරතුරක් යනු දත්ත හැසිරවීමෙන් හා සැකසීමෙන් ලැබෙන්නක් බව ප්‍රකාශ කරන්න.</p>	01

නිපුණතා මට්ටම	ඉගෙනුම් එල	විෂය කරුණු කරගෙන යාම සඳහා අත්වැලක්	ක්‍රේඩි ගණන
	2. පරීක්ෂණයක් යනු කුමක්දැයී විස්තර කරයි. 3. දත්ත ප්‍රහේද විස්තර කරයි.	දත්ත යනු සැකසීම සඳහා ප්‍රධානය වන අතර, තොරතුරු යනු සැකසීමේ ප්‍රතිදානය වේ. පරීක්ෂණයක් යනු දත්ත ලබා ගැනීමේ ක්‍රියාකාරකමක් බව පෙන්වා දෙන්න. පරීක්ෂණ ප්‍රහේද පිළිබඳ ව සාකච්ඡා කරන්න. ගණන් කළ හැකි අගයයන් පමණක් ගත හැකි විව්ලූයක අගයවලට විවික්ත දත්ත යැයි ද, කිසියම් ප්‍රාන්තරයක් තුළ ඕනෑම අගයක් ගත හැකි විව්ලූයක අගයවලට, සන්නතික දත්ත යැයි ද කියනු ලබන බව ප්‍රකාශ කරන්න.	
53	දත්ත හා තොරතුරු වර්ගීකරණය කරයි.	සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් සහ වෘත්ත-පතු වැනි ආකාරවලින් දත්ත වර්ගීකරණය පිළිබඳ ව සාකච්ඡා කරන්න.	01
54	දත්ත හා තොරතුරු වගු ගත කරයි.	(i) අසමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් (ii) සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් (iii) සමූහවිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් සඳහා වගුවක් සකස් කරන ආකාරය සාකච්ඡා කරන්න.	01
55	දත්ත හා තොරතුරු ප්‍රස්ථාරිකව දක්වයි.	පහත දැක්වෙන ප්‍රස්ථාරික කුම සාකච්ඡා කරන්න. (i) ස්ථාන ප්‍රස්ථාර ප්‍රස්ථාරය ස්ථානවලින් සමන්විත වන අතර, එක් එක් ස්ථානවලින් එක් එක් ප්‍රවර්ගයේ සංඛ්‍යාතය දැක්වයි. (ii) වට ප්‍රස්ථාර ප්‍රවර්ගවල සාපේක්ෂ සංඛ්‍යාත හෝ ප්‍රතිශතවලට සමානුපාතිකව වෘත්තයක් කෙශ්‍රීක බණ්ඩවලට බෙදා එක් එක් කෙශ්‍රීක බණ්ඩයෙන් රේ අනුරුප ප්‍රවර්ගය නිරුපණය කරයි. (iii) ජාල රේඛය සෑම අනුයාත ස්ථානවල දෙකක් අතර පරතරයක් තොමැතිව, එක් එක් ස්ථානවල වර්ගඑලය අනුරුප පන්තියේ සංඛ්‍යාතයට සමානුපාතිකව සමූහිත දත්ත නිරුපණය	04

නිපුණතා මට්ටම	ඉගෙනුම් එල	විෂය කරුණු කරගෙන යාම සඳහා අත්වැලක්	කාලෝච්චේ ගණන
		<p>සඳහා අදිනු ලබන ස්ථ්‍යීය ප්‍රස්ථාරයකි.</p> <p>(iv) රේඛා ප්‍රස්ථාර</p> <p>රේඛා ප්‍රස්ථාරයක් සිරස් සරල රේඛා බණ්ඩලින් සමන්විත වේ. එක් එක් රේඛා බණ්ඩයේ දිගින්, අනුරුප විවික්ත දත්තයේ සංඛ්‍යාතය නිරුපණය වේ.</p> <p>රේඛා ප්‍රස්ථාර ඇදිය හැකිකේ විවික්ත දත්ත සඳහා පමණි.</p> <p>(v) කොටු කෙදි සටහන</p> <p>වතුර්පක අතර අගයන් කොටුවකින් ද ඉතිරි අගයන් රේඛා බණ්ඩ දෙකකින් ද දක්වනු ලබන අතර, එම රේඛා බණ්ඩ දෙකේ, කොටුවෙන් පිටත අන්ත ලක්ෂණ දෙකකන් වැඩිතම අගයන්, අඩුතම අගයන් දක්වනු ලැබේ.</p> 	
56	කේන්ද්‍රික ප්‍රවණතා මිනුම් ලෙස මධ්‍යනාය, මධ්‍යස්ථාය හා මාතය විස්තර කරයි.	<p>මධ්‍යනාය, මධ්‍යස්ථාය හා මාතය යනු දත්ත කුලකය කේන්ද්‍රික ප්‍රවණතා මිනුම් බව ප්‍රකාශ කරන්න.</p> <p>පහත දැක්වන අර්ථ දැක්වීම් හා සූනු ඉදිරිපත් කරන්න.</p> <p>x_1, x_2, \dots, x_n යනු දත්ත කුලකයක් යැයි ද එවායේ සංඛ්‍යාත පිළිවෙළින් f_1, f_2, \dots, f_n යැයි</p> $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i x_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$ <p>දත්තවල මධ්‍යනාය \bar{x} අර්ථ දක්වනු ලැබේ.</p> <p>සමුළුව ව්‍යාප්තියක් සඳහා x_1, x_2, \dots, x_n යනු එක් එක් පන්තියේ මධ්‍ය අගය වන අතර, f_1, f_2, \dots, f_n යනු පිළිවෙළින් එක් එක් පන්තියේ සංඛ්‍යාතය වේ. මධ්‍යනාය සෙවීම සඳහා කේත කුමය ද ඉදිරිපත් කරන්න.</p>	01

නිපුණතා මට්ටම	ඉගෙනුම් එල	විෂය කරුණු කරගෙන යාම සඳහා අත්වැලක් කාලේන්දු ගණන	
		<p>හරිත මධ්‍යනාසය</p> $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n w_i x_i}{\sum_{i=1}^n w_i}$ <p>මෙහි w_i යනු x_i හි භාරයයි.</p> <p>ව්‍යාප්තියක විවෘතයේ වැඩිතම සංඛ්‍යාතය සහිත අගයට මාතය යැයි අර්ථ දක්වනු ලබන බව ප්‍රකාශ කරන්න.</p> <p>සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් සඳහා</p> $\text{මාතය} = L_m + c \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \right) \quad \text{මගින්} \quad \text{දෙනු ලැබේ.}$ <p>මෙහි</p> $L_m = \text{මාත පන්තියේ යටත් මායිම}$ $c = \text{පංති තරම}$ $\Delta_1 = f_m - f_{m-1}$ $\Delta_2 = f_m - f_{m+1} \quad \text{සහ}$ $f_m = \text{මාත පන්තියේ සංඛ්‍යාතය}$	
57	<p>සාපේක්ෂ පිහිටුම හාවිතයෙන් සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් විවරණය කරයි.</p>	<p>ආරෝහණ (හෝ අවරෝහණ) පටිපාටියට සකස් කළ දත්ත ව්‍යාප්තියක මැද අගය මධ්‍යස්ථාන ලෙස අර්ථ දක්වනු ලැබේ.</p> <p>1 x_1, x_2, \dots, x_n යනු ආරෝහණ පිළිවෙළට සකස් කළ දත්ත ව්‍යාප්තියක් යැයි ගනීම්. එවිට, මධ්‍යස්ථාන යනු $\left(\frac{n+1}{2} \right)$ වැනි අගය චෙවි. ① n ඔත්තේ වන විට ② n ඉරවිටේ වන විට යන අවස්ථා සාකච්ඡා කරන්න.</p> <p>2 අසමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්ති සඳහා දී සාකච්ඡා කරන්න.</p>	04

නිපුණතා මට්ටම	ඉගෙනුම් එල	විෂය කරුණු කරගෙන යාම සඳහා අත්වැලක්	කාලවිණේ ගණන
		<p>2 සමුහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් සඳහා</p> $\text{මධ්‍යස්ථාය} = b + \frac{\left(\frac{N}{2} - f\right)c}{f_c} \quad \text{ලෙස අරථ}$ <p>දක්වනු ලැබේ.</p> <p>මෙහි</p> <p>b = මධ්‍යස්ථාය අඩංගු පන්තියේ පහළ මායිම</p> <p>c = පන්ති තරම</p> <p>f = මධ්‍යස්ථාය පන්තියට පෙර පන්තිය දක්වා සංඛ්‍යාතවල එකත්‍ය</p> <p>f_c = මධ්‍යස්ථාය පන්තියේ සංඛ්‍යාතය</p> <p>වතුර්චක</p> <p>පළමු වතුර්චකය (Q_1):</p> <p>ආරෝහණ පටිපාටියට සකස් කළ දත්තවල,</p> $\left(\frac{n+1}{4} \right)$ <p>වැනි ස්ථානයේ පිහිටි අගයට පළමු වැනි වතුර්චකය යැයි කියනු ලබන අතර, එය Q_1, ලෙස දක්වනු ලැබේ.</p> <p>දෙවැනි වතුර්චකය (Q_2):</p> <p>ආරෝහණ පටිපාටියට සකස් කළ දත්තවල</p> $\left(\frac{n+1}{2} \right)$ <p>වැනි ස්ථානයේ පිහිටි අගයට දෙවැනි වතුර්චකය යැයි කියනු ලැබේ. එය Q_2, ලෙස දක්වනු ලැබේ.</p> <p>තෙවැනි වතුර්චකය (Q_3):</p> <p>$\frac{3}{4}(n+1)$ වැනි ස්ථානයේ පිහිටි අගයට තුන්වැනි වතුර්චකය යැයි කියනු ලබන අතර, එය Q_3, ලෙස දක්වනු ලැබේ.</p> <p>සටහන: දෙවැනි වතුර්චකය, Q_2, යනු මධ්‍යස්ථායයි.</p> <p>අසමුහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් සඳහා ද සමුහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් සඳහා ද සාකච්ඡා කරන්න.</p>	

නිපුණතා මට්ටම	ඉගෙනුම් එල	විෂය කරුණු කරගෙන යාම සඳහා අත්වැලක්	කාලවිජේ ගණන
		<p>ප්‍රතිශතක:</p> <p>ආරෝග්‍ය පරිපාලියට සකස් කළ දත්තවල P වැනි ප්‍රතිශතකය $\left(\frac{p \times n}{100} \right)$ වැනි ස්ථානයේ ඇති අගය ලෙස අර්ථ දක්වනු ලැබේ.</p>	
58	සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් මත තීරණ ගැනීමට, උචිත කේත්දීක ප්‍රවණතා මිනුම් හාවිත කරයි.	සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක කේත්දීක ප්‍රවණතා මිනුම්වල හාවිත සාකච්ඡා කරන්න. නිදසුන් ඇසුරින් පැහැදිලි කරන්න.	04
59	අපකිරණයේ මිනුම් විස්තර කරයි.	<p>පහත සඳහන් කරුණු ඉදිරිපත් කරන්න.</p> <p>දත්තවල විසිරිය අපකිරණයෙන් තුළ දක්වයි.</p> <p>අපකිරණයේ මිනුම්, දත්තවල විසිරිය නිරූපණය කිරීම සඳහා යොදා ගනු ලැබේ.</p> <p>පහත දැක්වෙන අපකිරණ මිනුම් අර්ථ දක්වන්න.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. පරාසය දත්තවල විශාලතම අගයන්, කුඩාතම අගයන් අතර වෙනසට පරාසය යැයි තියනු ලැබේ. 2. අන්තර් වතුර්පක පරාසය: $\text{අන්තර් වතුර්පක පරාසය} = Q_3 - Q_1$ 3. අර්ධ - අන්තර් වතුර්පක පරාසය $\text{අර්ධ අන්තර් වතුර්පක පරාසය} = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$ 4. මධ්‍යනාශ අපගමනය x_1, x_2, \dots, x_n දත්ත කුලකයක් සඳහා $\text{මධ්‍යනාශ අපගමනය} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i - \bar{x} }{n}.$ සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් සඳහා $\text{මධ්‍යනාශ අපගමනය} = \frac{\sum_{i=1}^{i-1} f_i x_i - \bar{x} }{f_i}.$ (සමුහිත ව්‍යාප්තියක් සඳහා x_i යනු i වැනි පාතියේ මධ්‍ය අගය ලෙස ගනු ලැබේ) 	08

නිපුණතා මට්ටම	ඉගෙනුම් එල	විෂය කරුණු කරගෙන යාම සඳහා අන්වැලක්	ක්‍රේඩි ගණන
		<p>5 විවලතාව = $\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$</p> <p>විවලතාව = $\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} - \bar{x}^2$. බව පෙන්වන්න.</p> <p>සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් සඳහා</p> $\text{විවලතාව} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i (x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^n f_i}$ <p>(සම්පූර්ණ ව්‍යාප්තියක් සඳහා x_i යනු ම වැනි ප්‍රතියේ මධ්‍ය අගය ලෙස ගනු ලැබේ.)</p> $\frac{\sum_{i=1}^n f_i x_i - \bar{x} ^2}{\sum_{i=1}^n f_i}$ $= \frac{\sum_{i=1}^n f_i x_i^2}{\sum_{i=1}^n f_i} - \bar{x}^2. \text{ බව පෙන්වන්න.}$ <p>6 සම්මත අපගමනය</p> <p>සම්මත අපගමනය = $\sqrt{\text{විවලතාව}}$</p> <p>මධ්‍යන්ය සහ විවලතාව සඳහා රේඛීය පරිණාමනය (කේතක කුමය) සාකච්ඡා කරන්න.</p> <p>දත්ත ව්‍යාප්තියක මධ්‍යන්ය \bar{x} ද සම්මත අපගමනය s_x ද යැයි ගනීමු.</p> <p>$y = ax + b$ ආකාරයේ රේඛීය පරිණාමනයක් සලකමු. මෙහි a හා b නියත වේ.</p> <p>$\bar{y} = a\bar{x} + b$ බව ද</p> <p>$\sigma_y = a \sigma_x$ බව ද පෙන්වන්න.</p>	

නිපුණතා මට්ටම	ඉගෙනුම් එල	විෂය කරුණු කරගෙන යාම සඳහා අන්වැලක්	ක්‍රේඩ් ගණන
		<p>7 Z- ලකුණ</p> <p>x_1, x_2, \dots, x_n යන දත්ත ව්‍යාප්තියක මධ්‍යනාය \bar{x} හා සම්මත අපගමනය σ_x වන විට $Z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{\sigma_x}$ ලෙස අර්ථ දක්වනු ලබන Z_i ට, x_i හි Z- ලකුණ යැයි කියනු ලැබේ.</p> <p>8 කිටු මධ්‍යනාය (pooled mean)</p> <p>(එකම වර්ගයේ නිරික්ෂණ කාණ්ඩ දෙකක සංයෝජනයේ මධ්‍යනාය)</p> <p>\bar{x}_1 හා \bar{x}_2 යනු පිළිවෙළින් n_1 හා n_2 යන නිරික්ෂණවල මධ්‍යනාය යැයි ගනිමු.</p> <p>එවිට $n_1 + n_2$ නිරික්ෂණවල මධ්‍යනාය හෙවත් කිටු මධ්‍යනාය</p> $\bar{x} = \frac{n_1 \bar{x}_1 + n_2 \bar{x}_2}{n_1 + n_2} \text{ බව පෙන්වන්න.}$ <p>σ^2 හා σ_1^2 යනු පිළිවෙළින් එම නිරික්ෂණ කාණ්ඩ දෙකේ විවෘත යැයි ගනිමු. එවිට $n_1 + n_2$ නිරික්ෂණවල විවෘත හෙවත් කිටු විවෘත වාච්‍ය</p> $\sigma^2 = \frac{1}{n_1 + n_2} \left\{ n_1 \sigma_1^2 + n_2 \sigma_2^2 \right\} + \frac{n_1 n_2}{(n_1 + n_2)^2} (\bar{x}_1 - \bar{x}_2)^2$ <p>බව පෙන්වන්න.</p>	

නිපුණතා මට්ටම	ඉගෙනුම එල	විෂය කරුණු කරගෙන යාම සඳහා අත්වැලක්	කාලෝපේද ගණන																																				
5.10	ව්‍යාප්තියක හැඩය නීරමාණය කරයි.	<p>අනු කුටිකාව, සමමිතික හා සාණ කුටිකාව, සංඛ්‍යාත වෙත ඇසුරෙන් විස්තර කරන්න.</p> <p>(අනු කුටිකාව)</p> <table border="1"> <tr><td>M</td><td>M</td><td>M</td></tr> <tr><td>o</td><td>e</td><td>e</td></tr> <tr><td>d</td><td>d</td><td>a</td></tr> <tr><td>e</td><td>i</td><td>n</td></tr> <tr><td>a</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>n</td><td></td><td></td></tr> </table> <p>(සමමිතික)</p> <table border="1"> <tr><td>M</td><td>M</td><td>M</td></tr> <tr><td>e</td><td>e</td><td>o</td></tr> <tr><td>a</td><td>d</td><td>d</td></tr> <tr><td>n</td><td>i</td><td>e</td></tr> <tr><td>a</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>n</td><td></td><td></td></tr> </table> <p>(සාණ කුටිකාව)</p> <p>මෙහි</p> <p>Mean = මධ්‍යන්යය Median = මධ්‍යස්ථය Mode = මාතය</p> <p>අනු කුටික වන විට,</p> <p>මාතය < මධ්‍යස්ථය < මධ්‍යන්යය</p> <p>සාණ කුටික වන විට,</p> <p>මධ්‍යන්යය < මධ්‍යස්ථය < මාතය</p> <p>කාල් පියරසන් කුටිකතා සංගුණකවල අර්ථ දැක්වීම ඉදිරිපත් කරන්න.</p> $K = \frac{\text{මධ්‍යන්යය} - \text{මාතය}}{\text{ප්‍රමාණ අපාමනය}}$ <p>හෙළ</p> $K = \frac{3(\text{මධ්‍යන්යය} - \text{මධ්‍යස්ථය})}{\text{ප්‍රමාණ අපාමනය}}$	M	M	M	o	e	e	d	d	a	e	i	n	a			n			M	M	M	e	e	o	a	d	d	n	i	e	a			n			32
M	M	M																																					
o	e	e																																					
d	d	a																																					
e	i	n																																					
a																																							
n																																							
M	M	M																																					
e	e	o																																					
a	d	d																																					
n	i	e																																					
a																																							
n																																							

ප්‍රාක්ල පදනම් කරගත තත්සේරුකරණය

පාසල පදනම් කරගත් තක්සේරුකරණය - හඳුන්වීම

ඉගෙනුම- ඉගැන්වීම සහ ඇගයීම අධ්‍යාපන ක්‍රියාවලියේ වැදගත් සංරචක තුනක් බවත් ඉගෙනුමෙහි සහ ඉගැන්වීමෙහි ප්‍රගතිය දැනගැනීම පිණිස ඇගයීම යොදා ගතයුතු බවත් සැම ගුරුවරයකු විසින් ම දත් යුතු පැහැදිලි කරුණෙකි. ඒවා අනොනා බලපෑමෙන් යුතු ව ක්‍රියා කරන බවත් එසේ ම එකිනෙකෙහි සංවර්ධනය කෙරෙහි එම සංරචක බලපාන බවත් ගුරුවරු දනිති. සන්තතික (නිරන්තරයෙන් සිදුවන) ඇගයීම මූලධර්ම අනුව ඇගයීම සිදුවිය යුත්තේ ඉගෙනීම හා ඉගැන්වීම කෙරෙන අතරතුර දිය. මෙය ඉගෙනුම- ඉගැන්වීම ක්‍රියාවලිය අරමිහයේ දී හෝ මැද දී හෝ අග දී හෝ යන ඕනෑම අවස්ථාවක දී සිදුවිය හැකි බව තේරුම් ගැනීම ගුරුවරයකට අවශ්‍ය ය. එමෙස තම සිසුන්ගේ ඉගෙනුම ප්‍රගතිය ඇගයීමට අපේක්ෂා කරන ගුරුවරයකු ඉගෙනුම ඉගැන්වීම සහ ඇගයීම පිළිබඳ සංවිධානාත්මක සැලැස්මක් යොදාගත යුතුවෙයි.

පාසල පදනම් කරගත් ඇගයීම වැඩපිළිවෙළ බුදු විභාග කුමයක් හෝ පරික්ෂණ පැවැත්වීමක් හෝ නොවේ. එය භූන්වනු ලබන්නේ සිසුන්ගේ ඉගෙනීමත්, ගුරුවරුන්ගේ ඉගැන්වීමත් වැඩි දියුණු කිරීම සඳහා යොදාගතු ලබන මැදිහත් වීමක් වශයෙනි. මෙය සිසුන්ට සම්ප ව සිටිමින් ඔවුන්ගේ ප්‍රබලතා සහ දුබලතා හඳුනාගෙන ඒවාට පිළියම් යොදුමින් සිසුන්ගේ උපරිම වර්ධනය ලගා කර ගැනීමට යොදාගත හැකි වැඩපිළිවෙළකි.

ඉගෙනුම - ඉගැන්වීම ක්‍රියාකාරකම් තුළින් අනාවරණ ක්‍රියාවලියකට සිසුන් යොමු කෙරෙන අතර, ගුරුවරයා සිසුන් අතර ගැවසේමින් ඔවුන් ඉටුකරන කාර්ය නිරික්ෂණය කරමින් මාර්ගෝපදේශකත්වය සපයමින් කටයුතු කිරීම පාසල් පදනම් කරගත් ඇගයීම වැඩපිළිවෙළ ක්‍රියාත්මක කිරීමේ දී අපේක්ෂා කෙරේ. මෙහි දී දිජිතල් නිරතුරු ව ඇගයීමට ලක්විය යුතු අතර, දිජිතල් හැකියා සංවර්ධනය අපේක්ෂිත අන්දමින් සිදුවන්නේ දැයි ගුරුවරයා විසින් තහවුරු කරනු ලැබේය යුතු වෙයි.

ඉගෙනීම සහ ඉගැන්වීම මගින් සිදුවිය යුත්තේ සිසුන්ට නිසි අන්දැකීම් ලබා දෙමින් ඒවා සිසුන් විසින් නිසි පරිදි අත්පත් කර ගෙන තිබේ දැයි තහවුරු කර ගැනීම ය. ඒ සඳහා නිසි මාර්ගෝපදේශය සැපයීම ය. ඇගයීමේ (තක්සේරු කිරීමේ) යෙදී සිටින ගුරුවරුන්ට තම සිසුන් සඳහා දෙයාකාරයක මාර්ගෝපදේශකත්වය ලබා දිය හැකි ය. එම මාර්ගෝපදේශ පොදුවේ හඳුන්වන්නේ ප්‍රති පෝෂණය (Feed Back) හා ඉදිරි පෝෂණය (Feed Forward) යනුවෙනි. සිසුන්ගේ දුබලතා හා නොහැකියා අනාවරණය කරගත් විට ඔවුන්ගේ ඉගෙනුම ගැටුපු මගහරවා ගැනීමට ප්‍රතිපෝෂණයත් සිසු හැකියා සහ ප්‍රබලතා හඳුනා ගත් විට දක්ෂතා වැඩි දියුණු කිරීමට ඉදිරි පෝෂණයන් ලබා දීම ගුරු කාර්යය වෙයි.

ඉගෙනුම- ඉගැන්නුම ක්‍රියාවලියේ සාර්ථකත්වය සඳහා පාඨමාලාවේ අරමුණු අතරෙන් කවර අරමුණු කවර මට්ටමින් සාක්ෂාත් කළ හැකි වූයේ දැයි හඳුනා ගැනීම සිසුන්ට අවශ්‍ය වෙයි. ඇගයීම වැඩපිළිවෙළ ඔස්සේ සිසුන් ලගා කර ගත් ප්‍රවීණතා මට්ටම නිශ්චය කිරීම මේ අනුව ගුරුවරුන්ගෙන් බලාපොරොත්තු වන අතර සිසුන් හා දෙම්විපියන් ඇතුළු වෙනත් අදාළ පාර්ශවවලට

සිසු ප්‍රගතිය පිළිබඳ තොරතුරු සන්නිවේදනය කිරීමට ගුරුවරුන් යොමුවිය යුතු ය. මේ සඳහා යොදාගත හැකි නොදම ක්‍රමය වන්නේ සන්තතිකව සිසුන් ඇගයීමට පාතු කිරීමට ඉඩ ප්‍රස්ථා සලසන පාසල පදනම් කරගත් ඇගයීම් ක්‍රමයයි.

යපෝක්ත අරමුණ සහිතව ක්‍රියා කරන ගුරුවරුන් විසින් තම ඉගැන්තුම් ක්‍රියාවලියන් සිසුන්ගේ ඉගෙනුම් ක්‍රියාවලියන් වඩාත් කාර්යක්ෂම කිරීම පිණිස වඩා නොද කාර්යක්ෂමතාවෙන් යුත්ත ඉගෙනුම්, ඉගැන්තුම් සහ ඇගයීම් ක්‍රම යොදා ගත යුතු වෙයි. මේ සම්බන්ධයෙන් සිසුන්ට සහ ගුරුවරුන්ට යොදා ගත හැකි ප්‍රවේශ පිළිබඳ ප්‍රහේද කිහිපයක් මතු දැක්වෙයි. මේවා බොහෝ කළක සිට ගුරුවරුන් වෙත විභාග දෙපාර්තමේන්තුව විසින් ද ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය විසින් ද තොරතුරු සම්පාදනය කරන ලද ක්‍රමවේද වෙයි. එහයින් ඒවා සම්බන්ධයෙන් පාසල් පද්ධතියේ ගුරුවරුන් නොදින් දැනුවත් වී ඇතැයි අපේක්ෂා කෙරේ. එම ප්‍රහේද මෙසේය.

01.	පැවරුම්	02.	ව්‍යාපෘති
03.	සම්ක්ෂණ	04.	ගවේෂණ
05.	නිරික්ෂණ	06.	පුද්ගලන / ඉදිරිපත් කිරීම
07.	ක්ෂේත්‍ර වාරිකා	08.	කෙටි ලිඛිත පරීක්ෂණ
09.	ව්‍යුහගත රචනා	10.	විවෘත ගුන්ත පරීක්ෂණ
11.	නිර්මාණාත්මක ක්‍රියාකාරකම්	12.	ගුවන පරීක්ෂණ
13.	ප්‍රායෝගික ක්‍රියාකාරකම්	14.	කථනය
15.	ස්ව නිර්මාණ	16.	කණ්ඩායම් ක්‍රියාකාරකම්
17.	සංකල්ප සිතියම්	18.	ද්විත්ව සටහන් ජරනාල
19.	බිත්ති ප්‍රවත්තන	20.	ප්‍රශ්න විවාරාත්මක වැඩ සටහන්
21.	ප්‍රශ්න හා පිළිතුරු පොත්	22.	විවාද
23.	සාකච්ඡා මණ්ඩල	24.	සම්මන්තුණ
25.	ක්ෂණික කථා	26.	භූමිකා රංගන

හඳුන්වා දී ඇති මෙම ඉගෙනුම්, ඉගැන්තුම් සහ ඇගයීම් ක්‍රම සැම එකක් ම සැම විෂයයක් සම්බන්ධයෙන් සැම විෂයය ඒකකයකට ම යොදා ගත යුතු යැයි අපේක්ෂා නොකෙරෙයි. තම විෂයයට, විෂය ඒකකයට ගැළපෙන ප්‍රහේදයක් තොරා ගැනීමට ගුරුවරුන් දැනුවත් විය යුතුය; වග බලා ගත යුතුය.

මෙම ගුරු මාර්ගෝපදේශ සංග්‍රහවල ගුරුවරුන්ට තම සිසුන්ගේ ඉගෙනුම් ප්‍රගතිය තක්සේරු කිරීම සඳහා යොදාගත හැකි ඉගෙනුම් - ඉගැන්තුම් හා ඇගයීම් ප්‍රහේද පිළිබඳ සඳහනක් තිබේ. ඒවා ගුරුවරුන් විසින් සුදුසු පරිදි තම පන්තියේ සිසුන්ගේ ප්‍රගතිය තක්සේරු කිරීම පිණිස යොදාගත යුතු වෙයි. ඒවා හාවිත නොකෙට මග හැරීම සිසුන්ට තම ගාස්ත්‍රිය හැකියා මෙන්ම ආවේදනික ගති ලක්ෂණන් මනෝලාලක දක්ෂතාත් පිළිබඳ වර්ධනයක් ලගා කර ගැනීමත් පුද්ගලනය කිරීමත් පිළිබඳ අඩුපාඩු ඇති කරවයි.

01.1 නිපුණතාව 29: කේතුකවල සමිකරණ විවරණය කරයි

01.2 ඩිජ්‍යාලෑංක ක්‍රියාකාරකමෙහි ස්වභාවය : කේතුවක කැපුම් ජේද ලෙස කේතුක හඳුනා ගැනීම සඳහා කණ්ඩායම් ව්‍යාපෘතියක්

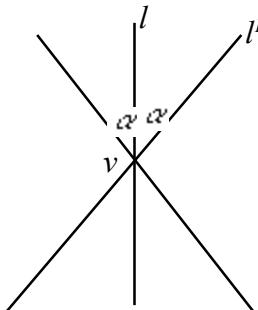
01.3 ගුරුවරයාට උපදෙස් :

1. කේතුක පාඩිල ඉගැන්වීමට සති විකට පමණ පෙර මෙම ව්‍යාපෘති යෝජනාව ඉදිරිපත් කරන්න.
2. පාඩිල ඉගැන්වීමට සතියකට පමණ පෙර ව්‍යාපෘතිය නිමකර ඉදිරිපත් කිරීමට උපදෙස් දෙන්න.
3. ව්‍යාපෘති නිමාව අගයන්න.
4. ඩිජ්‍යාංක කේතුක පිළිබඳ ව දැන සිටින මට්ටමේ සිට, නියමිත දිනයේ දී කේතුක පාඩිල අරඹන්න.

01.4 කාරය පත්‍රිකාව

කේතුක (Conics)

හැඳින්වීම



l අවල රේඛාවක් මත අවල v ලක්ෂායක් හරහා යමින් l සමග නියත සුළු කේතුයක් සාදමින් l වටා ප්‍රමණය වන l' සරල රේඛාවක් මගින් අවකාශයේ ජනනය වන පරිහුමණ සනයට කේතුවක් යැයි කියනු ලැබේ.

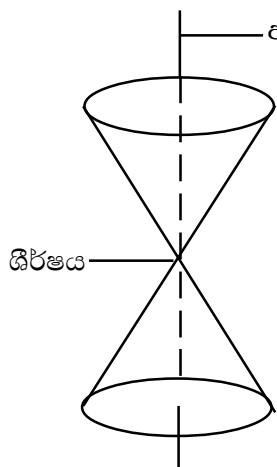
v ට කේතුවේ ඩිරුපාය යැයි ද ආර්ථ ඩිරුපාය කේතුය (අඩ සිරස් කේතුය) යැයි ද l' ට ජනක රේඛාව යැයි ද කියනු ලැබේ.

v ඩිරුපායෙන් කේතුව වෙන්වන එක් එක් කොටසට සිගුවක් (nappe) යැයි කියනු ලැබේ. එක් එක් කොටස අපරිමිතය (ප්‍රායෝගික වශයෙන් කේතුව හඳුන්වන්නේ) එක් සිගුවක පරිමිත කොටසක් පමණි)

(1)

රුපයේ දැක්වෙන ආකාරයේ ආකෘති රක් මඟ ලියකින් හෝ කැපීමට පහසු වෙනත් ද්‍රව්‍යකින් හෝ පක්ෂකර ගන්න.

එම ආකෘති පහ A, B, C, D සහ E ලෙස නමිකර ඇතැයි ගනිමු.



- (2) (i) A ආකෘතිය, අක්ෂය ඔස්සේ තලයකින් පරි දෙකකට වෙන් කරන්න.
- (ii) B ආකෘතියේ එක් සිගුවක්, අක්ෂයට ලම්බ තලයක් ඔස්සේ කපා වෙන් කරන්න.
- (iii) C ආකෘතියේ එක් සිගුවක්, අක්ෂයට සමාන්තර හෝ ලම්බ හෝ නොවන සේ දී, ජනක රේඛාවකට සමාන්තර නොවන සේ දී වූ තලයක් ඔස්සේ කළන්න.
- (iv) D ආකෘතියේ එක් සිගුවක් ජනක රේඛාවකට සමාන්තර තලයක් ඔස්සේ කළන්න.
- (v) E ආකෘතයේ සිගු දෙක ම, එකම තලයක් ඔස්සේ කළන්න.
- (3) ඉහත එක් එක් අවස්ථාවේ දී කැපුම් ජේදයේ දාරයේ /දාරවල හැඩිය කඩ්දාසියක් මත පිටපත් කරන්න.
- (i), (ii), (iii) හා (iv) යන අවස්ථාවල දී ලැබෙන වකු නම් කරන්න.
- (v) අවස්ථාවේ දී ලැබෙන කොටස් දෙකකින් සමන්විත වනුය බහුවලය (hyperbola) ලෙස හඳුන්වනු ලැබේ.
- (4) ඉහත ආකාරයේ වකු ඔබට මුණගැසී ඇති අවස්ථා ලියා දක්වන්න.
- (5) (i) ශීර්ෂය ඔස්සේ පමණක් යන තලයකින් කේතුව කැපු විට කැපුම් ජේදය ලෙස කුමක් ලැබේ ද?
- (ii) ජනක රේඛාවක් ඔස්සේ යන තලයක කේතුවටත් පොදු වනුය කුමක් ද?

අැගයීම සඳහා නිර්ණායක:

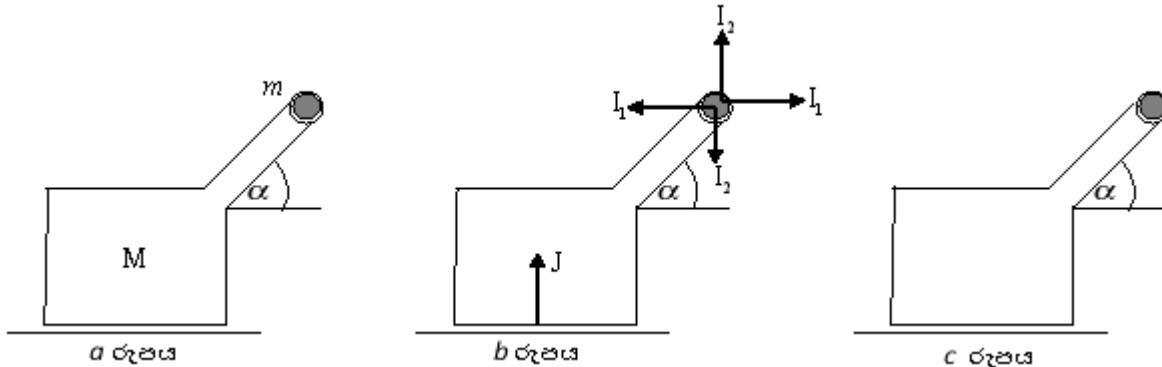
1. දී ඇති උපකරණයේ නිමාව.
2. කැපුම් ජේද නිවැරදිව ලබා ගැනීම.
3. කැපුම් ජේද ඇසුරෙන් ලැබෙන වකු හඳුනා ගැනීම.
4. ප්‍රායෝගික අවස්ථා අනාවරණය කිරීම.
5. සාමූහිකව කාර්යයෙහි නිරත්වීම.

පැවරුම් අංක 2

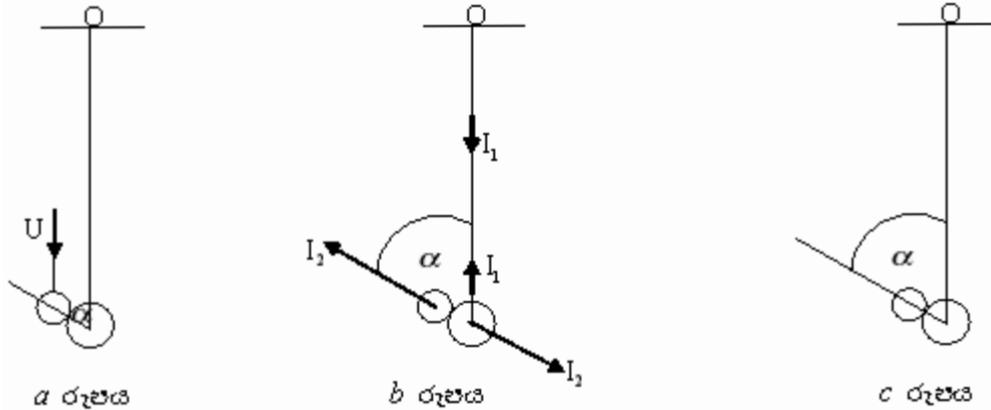
- 02.1 නිපුණතා මට්ටම :** ආවේගී ත්‍රියාවක එලය විවරණය කරයි
- 02.2 ශිෂ්ටපාදක ක්‍රියාකාරකමෙහි ස්වභාවය :** රේඛිය ගමනා සංස්ථීති මූලධර්මය හා යාන්ත්‍රික ගක්ති සංස්ථීති මූලධර්මය හාවිතය සඳහා කණ්ඩායම් ක්‍රියාකාරකමකි.
- 02.3 ගුරුවරයාට උපදෙස් :**
1. ආවේගය සහ සරල ගම්‍යතාවය පාඩිමෙන් පසු එම සංකල්ප තහවුරු වී ඇත්දයි පරීක්ෂා කිරීම සඳහා මෙම පැවරුම් සිසුනට ලබා දෙන්න.
 2. පැවරුම් අගයීමෙන් පසු අවශ්‍ය ප්‍රතිපෝෂණ ලබා දෙන්න.

කාරය පත්‍රිකාව

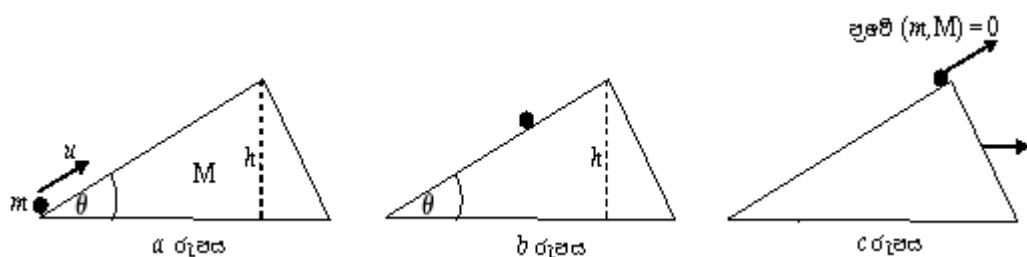
1. (i) සුම්මට තිරස් කළයක් මත නවතා ඇති ස්කන්ධය M වන කාලතුවක්කුවක කද තිරසට කෝණයකින් සිහිටා යාන. ස්කන්ධය m වන උණ්ඩයක් එවැනි නැඩීමෙන් පිට කරන ගැබේ.



- (ii) ස්කන්ධය M වූ කුඩා ගෝලයක් සැහැල්ලු අවිතනා තන්තුවකින් එල්ලා නිසලට ඇත. u ප්‍රවේගයෙන් සිරස්ට පහලට වැශෙන ස්කන්ධය m වන කුඩා ගෝලයක් M මත විදි. ගැවෙන මොහොතේ ගෝලවල කේන්දු යා කරන රේඛාව සිරසට කෝණයක් ආනත වේ.



- (a) රුපයේ ආවේගය යෙදීම මොහොතකට පෙර අවස්ථාව දක්වා ඇත.
 (b) රුපයේ පද්ධතිය මත ඇතිවන ආවේග දක්වා ඇත.
 (c) රුපයේ ආවේගය යෙදීමෙන් මොහොතකට පසු M හා m හි ප්‍රවේග ලකුණු කරන්න.
 ගැටුව විසඳීම සඳහා පද්ධතියට ගම්තා සංස්රීති මූලධර්මය යෙදිය හැක්කේ කුමන දිගාවකට ද? එම දිගාවට ගම්තා සංස්රීති මූලධර්මය යොදා සම්කරණයක් ලියන්න.
2. M ස්කන්ධය ඇති කුක්කුයක් සුම්මට තිරස් මේසයක් මත නිසලට තබා ඇත. එහි තිරසට θ කෝණයකින් ආනතව ඇති සුම්මට මූහුණතේ පහල කෙළවරෙහි ස්කන්ධය m වන අංශවක් තබා u ප්‍රවේගයෙන් කුක්කුයයේ මූහුණත දිගේ ඉහලට ප්‍රක්ෂේපණය කරන ලද්දේ යාන්තමින් එය කුක්කුයේ ශිර්පය වෙත ලගාවන පරිදි ය.



- (a) රුපයේ ආරම්භක අවස්ථාව දක්වා ඇත.
- (b) රුපයේ m හා M මත ක්‍රියාකරන බල ලකුණු කරන්න.
- (c) රුපයේ m හා M හි සිර්පය වෙත ලැබා වූ අවස්ථාව දක්වා ඇත.

මෙම වලිතය විවරණය කිරීම සඳහා පද්ධතියට ගම්තා සංස්කීර්ණ මූලධර්මය හා ගක්ති සංස්කීර්ණ මූලධර්මය යෙදිය හැක්කේ ඇයි දැයි පැහැදිලි කරන්න.

$$\text{මෙම මූලධර්ම යෙදීමෙන් සම්කරණ දෙකක් ලබාගෙන ඒවා විසඳීමෙන් \ } u^2 = \frac{2gh(M+m)}{M+m\sin^2\theta}$$

බව පෙන්වන්න.

මෙම ගැටුව විසඳීම සඳහා වෙනත් ක්‍රමයක් යෝජනා කරන්න.

3. ස්වභාවික දිග l හා ප්‍රත්‍යාස්ථා mg වූ සැහැල්ල ප්‍රත්‍යාස්ථා තන්තුවක එක් කෙළවරක් O අවල ලක්ෂ්‍යකට ගැටුයා ඇතෙක් කෙළවරෙහි ස්කන්ධය m වන අංශුවක් ගැටුයා ඇත. m අංශුව O ලක්ෂ්‍යයෙහි සිට u ප්‍රවේශයෙන් සිරස්ව ඉහළට ප්‍රක්ෂේපණය කරන ලදී අනතුරුව ඇතිවන වලිතයේ දි තන්තුවේ උපරිම දිග සෙවීම සඳහා පහත ප්‍රය්‍රාවලට පිළිබුරු සපයන්න.

- (i) ආරම්භක අවස්ථාව සඳහා රුපසටහනක් ඇද අංශුවේ ප්‍රවේශය ලකුණු කරන්න.
- (ii) O ට ඉහළින් ඇතිවන වලිතයේ තන්තුව නො ඇදී ඇති අවස්ථාවක් සඳහා රුපසටහනක් ඇද අංශුව මත ක්‍රියාකරන බල ලකුණු කරන්න.
- (iii) O ට ඉහළින් ඇතිවන වලිතයේ තන්තුව ඇදී ඇති අවස්ථාවක් සඳහා රුපසටහනක් ඇද අංශුව මත ක්‍රියාකරන බල ලකුණු කරන්න.
- (iv) O ට පහළින් ඇතිවන වලිතයේ තන්තුව නො ඇදී ඇති අවස්ථාවක් සඳහා රුපසටහනක් ඇද අංශුව මත ක්‍රියාකරන බල ලකුණු කරන්න.
- (v) O ට පහළින් ඇතිවන වලිතයේ තන්තුව ඇදී ඇති අවස්ථාවක් සඳහා රුපසටහනක් ඇද අංශුව මත ක්‍රියාකරන බල ලකුණු කරන්න.
- (vi) තන්තුව උපරිම දිගට පත්ව ඇති අවස්ථාව සඳහා රුපසටහනක් ඇද අංශුවේ ප්‍රවේශය ලකුණු කරන්න.
- (vii) සම්පූර්ණ වලිතය සඳහා අංශුව මත ක්‍රියාකරන බල ගැන ඔබට කුමක් කිව හැකි ද?
- (viii) ඉහත වලිතය සඳහා ගක්ති සංස්කීර්ණ මූලධර්මය යෙදිය හැක්කේ ඇයි දැයි පැහැදිලි කරන්න.
- (ix) ප්‍රත්‍යාස්ථා mg මාපාංකය $\sqrt{\frac{l}{d}}$ වන තන්තුවක් x දිගකින් ඇදී ඇති විට තන්තුව තුළ ගැබී වී ඇති ප්‍රත්‍යාස්ථාව විහාර ගක්තිය සඳහා ප්‍රකාශනයක් ලියන්න.
- (x) ඉහත (i) හා (vi) අවස්ථා සලකා ගක්ති සංස්කීර්ණ මූලධර්මය හාවිතයෙන් සම්කරණයක් ලියන්න.
- (xi) තන්තුවේ උපරිම දිග අපෝහනය කරන්න.

ඇගයීම සඳහා නිර්ණායක :

1. ගම්තා සංස්කීර්ණ මූලධර්මය අවබෝධය
2. ගක්ති සංස්කීර්ණ මූලධර්මය අවබෝධය
3. නිරවුල්ව අදහස් ප්‍රකාශ කිරීම.
4. උචිත අවස්ථා සඳහා නිවැරදි මූලධර්ම හාවිතය.
5. දී ඇති උපදෙස් අනුව කාර්යයේ නියැලීම

සරල රේඛාව

- 1.(a) $P(2,a)$ හා $Q(b+1, 3b-2)$ ලක්ෂ්‍ය $y = 5x + 1$ සරල රේඛාව මත පිහිටියේ.
- (i) a හා b හි අගය
 - (ii) P හා Q අතර දුර සොයන්න.
- (b) A, B හා C ලක්ෂ්‍යවල බණ්ඩාංක පිළිවෙළන් $(6, -9) (-1, 15)$ සහ $(-10, 3)$ වේ. $\angle BCA = 90^\circ$ බව පෙන්වන්න. එනයින් BAC කේශයේ කොසයිනය සොයන්න.
2. (a) ABC තිකේශයේ ගිරිප්ප $A (2,5), B(2, -1)$ සහ $C (-2, 3)$ වේ.
- (i) t හි සියලු අගයයන් සඳහා $(t-1, t)$ බණ්ඩාංකවල පිහිටි ලක්ෂ්‍ය B හා C ව සම දුරින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.
 - (ii) D ලක්ෂ්‍යය, A, B හා C ලක්ෂ්‍යවලට සම දුරින් පිහිටන බව දී ඇත්තම් D හි බණ්ඩාංක සොයන්න.
- (b) අනුක්‍රමය 3 වූ ද $(2, 5)$ ලක්ෂ්‍ය හරහා යන්නා වූ ද සරල රේඛාවක් A ලක්ෂ්‍යයේ දී x අක්ෂය ද B ලක්ෂ්‍යයේ දී y අක්ෂය ද කිහිපයි. O මූල ලක්ෂ්‍යය නම් AOB තිකේශයේ වර්ගාලය සොයන්න.
- 3.(a) $(-3, 13)$ හා $(6, 10)$ ලක්ෂ්‍ය හරහා යන සරල රේඛාව සහ $(1, 5)$ ලක්ෂ්‍යය හරහා යන අනුක්‍රමය 3 වූ සරල රේඛාව ජේදනය වන ලක්ෂ්‍යයේ බණ්ඩාංක සොයන්න.
- (b) සම්වතුරසුයක කේන්දුයේ බණ්ඩාංක $(3, 4)$ ද එහි එක් සිරිප්පයක බණ්ඩාංක $(7, 1)$ ද වේ. එම සම්වතුරසුයේ ඉතිරි ශිරිප්පවල බණ්ඩාංක සොයන්න.
- 4.(a) තිකේශයක ගිරිප්ප දෙකක බණ්ඩාංක $(5, -1)$ සහ $(-2, 3)$ වේ. එහි පරිකේන්දුය මූල ලක්ෂ්‍යය වේ නම් තුන්වෙනි ශිරිප්පයේ බණ්ඩාංක සොයන්න.
- (b) $3x - 4y + 7 = 0$ සහ $12x + 5y - 2 = 0$ යන සරල රේඛා දෙකක් සුලිකේශ සම්වේදකයේ සම්කිරණය සොයන්න.
5. (a) සමාන්තරාසුයක බද්ධ පාද දෙකක සම්කිරණ $2x - y = 0$ සහ $x - 2y = 0$ වේ. එහි එක් විකර්ණයක සම්කිරණය $x + y = 6$ නම් අනෙක් විකර්ණයේ සම්කිරණය සොයන්න.
- (b) $4x + 3y = 10$ රේඛාවට ඒකක එකක් දුරින් $x + y = 4$ රේඛාව මත පිහිටන සියලු ම ලක්ෂ්‍යවල බණ්ඩාංක සොයන්න.

වෘත්තය

- 1.(a) පහත දී ඇති එක් එක් වෘත්තයේ කේන්දුයේ බණ්ඩාංක ද අරය ද සොයන්න.
- (i) $x^2 + y^2 + 6x + 4y - 36 = 0$ (ii) $2x^2 + 2y^2 - 2x - 2y - 1 = 0$
- (b) $x^2 + y^2 - 2ax - 2ay + a^2 = 0$ වෘත්තය, x අක්ෂයත් y අක්ෂයත් ස්ථාපිත කරන බව පෙන්වන්න. එනයින් $(2, 4)$ ලක්ෂ්‍යය හරහා යන්නා වූ ද x අක්ෂයත් y අක්ෂයත් ස්ථාපිත කරන්නා වූ ද වෘත්ත දෙකක් ඇති බව පෙන්වන්න. ඒ එක් එක් වෘත්තයට $(2, 4)$ ලක්ෂ්‍යයේ දී ඇදි ස්ථාපිත කළ සම්කිරණය සොයන්න.
- 2.(a) $O \equiv (0, 0), A \equiv (3, 2)$ සහ $B \equiv (2, 1)$ වේ.
- (i) O, A සහ B හරහා යන වෘත්තයේ සම්කිරණය සොයන්න.
 - (ii) AB වශකම්හයක් වන වෘත්තයේ සම්කිරණය සොයන්න.

- (b) $x^2 + y^2 - 6x + 8y = 0$ වෘත්තය සහ P(4, 3) ලක්ෂණය සලකන්න.
- P, දී ඇති වෘත්තයට පිටතින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.
 - P සිට S ට ඇදි ස්පර්ශකවල දිග සොයන්න.
 - P සිට S ට ඇදි ස්පර්ශකවල සමිකරණ සොයන්න.
 - P සිට S ට ඇදි ස්පර්ශකවල ස්පර්ශ ජ්‍යායේ සමිකරණය සොයන්න.
3. (a) $2x - 3y + 26 = 0$ රේඛාව, $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 104 = 0$ වෘත්තයේ ස්පර්ශකයක් බව පෙන්වන්න.
- (b) $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 4 = 0$ වෘත්තයක් $x - 2y + 1 = 0$ සරල රේඛාවත එකිනෙක තේරුනය වන බව පෙන්වන්න.
4. (a) $x^2 + y^2 - 6x + 4y + 9 = 0$ සහ $x^2 + y^2 - 4y + C = 0$ වෘත්ත,
- එකිනෙක ස්පර්ශ වේ නම්, C හි අගය සොයන්න. මධ්‍යි පිළිතුර සනාථ කරන්න.
 - එකිනෙක ප්‍රාග්ධනය තේරුනය වේ නම් C හි අගය සොයන්න.
- (b) $x^2 + y^2 - x + 3y - 1 = 0$ වෘත්තය ප්‍රාග්ධනය තේරුන්න $x + 2y + 1 = 0$ රේඛාව ස්පර්ශ කරන වෘත්ත දෙකක් ඇති බව පෙන්වා, ඒවායේ සමිකරණ සොයන්න.

කාර්යය, ගක්තිය සහ ජවය

- 1.(a) 500 kg ස්කන්ධයකින් යුත් කුටිරියක් 10 m ක් උසකට එසවීමේ දී ඔසවනය මගින් ගුරුත්වයට එරෙහිව කරන ලද කාර්යය සොයන්න.
- (b) දුම්බියක බාවනයට ඇති සාමාන්‍ය ප්‍රතිරෝධය 500 N නම් 6km දුරක් බාවනය වීමේ දී දුම්බිය විසින් ප්‍රතිරෝධයට එරෙහිව කරන ලද කාර්යය සොයන්න.
- (c) තිරසට $\sin^{-1} \left(\frac{1}{10} \right)$ ක ආනතියක් සහිත කන්දක සයිකල්කරුවෙක් 100m දුරක් තම බයිසිකලය තලුකරගෙන යයි. බයිසිකලයේ සහ සයිකල්කරුවාගේ බර 800 Nක් නම් සයිකල්කරු ගුරුත්වයට එරෙහිව කරන ලද කර්යය සොයන්න. වලිතයට එරෙහිව පාරේ ප්‍රතිරෝධය 50 N නම්, සයිකල්කරු විසින් කරන ලද මුළු කාර්යය සොයන්න.
2. ටොන් 150 (1 tonne = 1000 kg) ක ස්කන්ධයකින් යුත් දුම්බියක් 1 : 15 ආනතියක් සහිත කන්දක් ඉහළට ගමන් කරයි. දුම්බියේ එන්ඩ්ම මගින් කරන නියත කාර්යය 300 kw වන අතර දුම්බියේ බාවනයට එරෙහිව මාර්ගයෙන් යෙදෙන ප්‍රතිරෝධය ටොන් 1කට 40 N ක් වේ. දුම්බියේ උපරිම වේගය සොයන්න. ඉන්පසු දුම්බිය, තිරස් දුම්බිය මාර්ගකට අවතිරේක වෙයි. දුම්බිය එන්ඩ්ම මගින් එම කාර්යය ම සිදු කරයි නම් සහ දුම්බියේ බාවනයට මාර්ගයෙන් ඇති කරන ප්‍රතිරෝධය නොවෙනස් නම් තිරස් මාර්ගයේ දී දුම්බියේ ආරම්භක ත්වරණය සොයන්න.
3. ස්කන්ධය 200 kg වූ කාරයක් ස්කන්ධය 400 kg වූ කැරවැනයක් සමඟ මාර්ගයක් දිගේ ඇදුගෙන යයි. කාරයේ වලිතයට ප්‍රතිරෝධය 1000 N ක් ද කැරවැනයේ වලිතයට ප්‍රතිරෝධය 100 N ක් ද වේ. එන්ඩ්මේ ජවය 100 kW නම් වේගය 40 kmh^{-1} වන නිමෙෂයේ දී කාරයේ සහ කැරවැනයේ ත්වරණය සොයන්න. මෙම ටොනොන් දී කාරයේ සහ කැරවැනයේ ඇඟුමේ ආනතිය සොයන්න.

1. 8 ms^{-1} වෙශයෙන් වලනය වන 1 kg ස්කන්ධයකින් යුත් ගෝලයක් සමාන අරයක් ඇති ස්කන්ධය 2 kg ක් වූ නිශ්චලව ඇති ගෝලයක සරල ලෙස ගැටී. ප්‍රත්‍යාගති සංග්‍රහකය (e) = $\frac{1}{2}$ නම්,
 - (i) ගැටුමට පසු ගෝලවල ප්‍රවේග
 - (ii) ගෝල අතර ඇති වූ ආච්‍රේගය
 - (iii) ගැටුම නිසා ඇතිවන වාලක ගක්ති හානිය සොයන්න.
2. V වෙශයෙන් සුම්බ, තිරස් මේසයක් මත වලනය වන ස්කන්ධය m වූ ගෝලයක් සමාන අරයකින් යුත් ස්කන්ධය $2m$ වූ නිශ්චලතාවයේ ඇති ගෝලයක් හා සරල ලෙස ගැටී. ගෝල අතර ප්‍රත්‍යාගති සංග්‍රහකය e වේ.
 - (i) ගැටුමට පසු ගෝලවල වේග සොයන්න.
 - (iii) ගැටුමේ දී වාලක ගක්තියෙන් $\frac{1}{2}$ ක් හානි වූයේ නම් e හි අගය සොයන්න.
3. එකිනෙක දෙසට වලනය වන සමාන අරයන් ඇති ස්කන්ධ පිළිවෙළන් $3m$ හා $2m$ වූ A හා B කුඩා සුම්බ ගෝල දෙකක් එකිනෙක සරල ලෙස ගැටී. ගැටුමට මොහොතුකට පෙර A හා B හි වේග පිළිවෙළන් $4u$ හා u වේ. ගැටුම නිසා B ගෝලයට ඇතිවන ආච්‍රේගයේ විශාලත්වය 6 m/s වේ. මෙහි c නියතයකි.
 - (i) ගැටුමට මොහොතුකට පසු A හා B හි වේග u හා c ඇසුරෙන් සොයන්න.
 - (ii) c ඇසුරෙන් ප්‍රත්‍යාගති සංග්‍රහකය සොයන්න.
 - (iii) ඉහත ගැටුම සිදුවිය හැකි c හි අගය පරාසය සොයන්න.
 - (iv) ගැටුම නිසා මූල්‍ය වාලක ගක්තියෙන් $\frac{9}{16}$ හානි වූයේ නම්, c හි අගය සොයන්න.
4. ස්කන්ධය m හා $2m$ වූ කුඩා ගෝල දෙකක් දිග $2a$ වූ සැහැල්පූ අවිතතා තන්තුවකින් ගැට ගසා ඇත. තන්තුව මධ්‍ය ලක්ෂායෙන් අවලව සවිකර තන්තුව තිරස්ව ඇදී පවතින අවස්ථාවේ දී ගුරුත්වය යටතේ වලිතයට නිදහස්ව ගෝල නිශ්චලතාවයේ සිට මුදාහරී. ගෝල අතර ප්‍රත්‍යාගති සංග්‍රහකය $\frac{1}{2}$ නම්,
 - (i) පළමු ගැටුමෙන් පසු ස්කන්ධය $2m$ වූ ගෝලය නිශ්චලතාවයට පත්වන බව පෙන්වන්න.
 - (ii) දෙවන ගැටුමෙන් පසු වඩා සැහැල්පූ ගෝලය නිශ්චලතාවයට පත්වන බව පෙන්වන්න.
 - (iii) තුන්වන ගැටුමට මොහොතුකට පසු එක් එක් ගෝලයේ ප්‍රවේග සොයන්න.

04.1 තිපුණකා මට්ටම : 4.1 සසම්හාවී පරීක්ෂණයක සිද්ධි ව්වරණය කරයි.

4.2 අනුමත සිදුවීම් පිළිබඳ ගැටලු විසඳීම සඳහා සම්හාවිතාව පිළිබඳ ආකෘති යොදා ගනියි.

04.2 ශිෂ්‍යපාදක ස්ථිරාකාරකමේහි ස්වභාවය : පොත්පත් ඇසුරින් කුලක හා සම්හාවිතාව පිළිබඳ පෙර දැනුම පුණික්ෂණය කිරීම සඳහා විවෘත ගුන්ථ පරීක්ෂණයක්.

04.3 ගුරුවරයාට උපදෙස් :

1. සම්හාවිතාව පාඩම ඉගැන්වීමට සති 2කට පමණ පෙර 6-11 දක්වා ගණිතය පෙළපොත්වල කුලක සහ සම්හාවිතාව පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමට උපදෙස් දෙන්න. දී ඇති පැවරුම සිසුනට ඉදිරිපත් කරන්න.
2. සම්හාවිතාව පාඩම ඉගැන්වීමට සතියකට පමණ පෙර පිළිතුරු ඉදිරිපත් කිරීමට උපදෙස් දෙන්න.
4. සිසුන් දී ඇති පිළිතුරු ඇගයීමෙන් පසු සිසුනට අවශ්‍ය ප්‍රතිපෝෂණ ලබාදෙමින් සම්හාවිතාව පාඩම ඉගැන්වීම අරඹන්න.

කාර්ය පත්‍රිකාව

(1) (i) $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. කුලකයේ උපකුලක සියල්ලම ලියන්න. එහි උපකුලක කියක් තිබේද ?

(ii) පහත සඳහන් කුලකවලින් කවර ඒවා $B = \{x | x \in \mathbb{Z}^+, x < 10\}$ යන කුලකයේ උපකුලක දැයි තෝරන්න.

$$P = \{1, 4, 9, 16\} \qquad Q = \{2, 3, 5, 7\}$$

$$R = \{10\text{ අඩු ප්‍රථමක සංඛ්‍යා}\} \qquad S = \{10\text{ අඩු ගණිත සංඛ්‍යා}\}$$

$$T = \{2, 4, 6, 8\} \qquad U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

මෙම තෝරාගත් උපකුලකවලින් A හි නියම උපකුලක තිබේ නම් ලියන්න.

(2) $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ නම් හා $C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, නම්

$$(i) A \cap B \quad (ii) A \cup B \quad (iii) A' \quad (iv) B' \quad (v) A' \cap B'$$

$$(vi) A' \cup B' \quad (vii) (A \cap B)' \quad (viii) A \cap B' \quad (ix) (A \cup B)' \quad (x) A' \cap B$$

කුලකවල අවයව ලියා දක්වන්න.

(3) කුලක වීජය පිළිබඳ පහත දී ඇති නියම ප්‍රකාශ කර වෙන් සටහන් මගින් පැහැදිලි කරන්න.

$$(i) \text{ න්‍යායදේශා නියමය} \qquad (ii) \text{ විසටන නියමය}$$

$$(iii) \text{ සංසටන නියමය} \qquad (iv) \text{ ද මෝගන් නියමය}$$

- (4) පහත සඳහන් ප්‍රතිඵලවලින් සත්‍ය ප්‍රතිඵල යටින් ඉරක් අදින්න.
- (i) $A \cap \emptyset = A$ (ii) $A \cup \emptyset = A$ (iii) $\emptyset \cap \emptyset = A$
 (iv) $A' \cup A = A$ (v) $A' \cap A = \emptyset$
- (5) (i) සසම්භාවී පරීක්ෂණය අර්ථකථනය කරන්න.
 (ii) පහත සඳහන් පරීක්ෂණවලින් සසම්භාවී පරීක්ෂණ තොරන්න.
 (a) හෙට ඉර පායයි.
 (b) කාසියක් උඩිමා මතුපිට වැවෙන පැත්ත පරීක්ෂා කිරීම.
 (c) පැතිවල 1-6 දක්වා අංක යෙදු දාදුකැටයක් උඩිමා මතුපිට වැවෙන පැත්ත පරීක්ෂා කිරීම.
 (d) පාසල් කාලය තුළ දී අසනීප වී ගෙදර යවන සිසුන් ගණන පරීක්ෂා කිරීම.
 (e) විදුලි බුබුලක ආයු කාලය මැතිම.
 (f) රතුපාට බේල තුනක් හා නිල්පාට බේලයක් ඇති මල්ලකින් අහමු ලෙස බේතලයක් ඉවතට ගැනීම
 (iii) ඔබ ඉහත තෝරාගත් සසම්භාවී පරීක්ෂණවල නියැදි අවකාශ ලියන්න.
- (6) කාසි දෙකක් එකවර උඩිමා මතුපිට වැවෙන පැත්ත නිරීක්ෂණය කිරීම යන සසම්භාවී පරීක්ෂණයේ
 (i) නියැදි අවකාශය ලියන්න.
 (ii) එහි සරල සිද්ධි දෙකක් ලියන්න.
 (iii) සංයුත්ත සිද්ධි දෙකක් ලියන්න.
- (7) අනෙකානා වගයෙන් බහිජ්කාර සිද්ධි යනු කුමක් ද? උදාහරණයක් මගින් පහැදිලි කරන්න.
- (8) කාසියක් 50 වරක් උඩිමා වටෙන පැත්ත නිරීක්ෂණය කර පහත වගුව සම්පූර්ණ කරන්න.
- | | |
|------|---------------------------|
| වාරය | වැටුන පැත්ත (සිරස හෝ අගය) |
| 1 | |
| 2 | |
| 3 | |
| . | |
| . | |
| . | |

25

- (i) කාසියක් 25 වරක් උඩ දැකීමේ දී හිස ලැබීමේ සාර්ථක හාගය සොයන්න.
 (ii) ඉහත පරීක්ෂණයේ 50 වරක්, 100 වරක් සිදුකළේ නම් හිස ලැබීමේ සාර්ථක හාග සොයන්න.
 (iii) සාර්ථක හාගය, සම්භාවිතාව සෙවීම සඳහා මිණුමක් ලෙස ගැනීමට නම් පරීක්ෂණය සිදුකරන වාර ගණන කෙසේ විය යුතු ද?

- (9) සම්හවා සිද්ධියක් යනු කුමක් ද? පහත සඳහන් සසම්භාවී පරීක්ෂණවලින් සම්හවා සිද්ධි ලැබෙන පරීක්ෂණ තෝරන්න.
- කාසියක් උචිදමා මතුපිට වැවෙන පැත්ත නිරීක්ෂණය කිරීම.
 - 1-6 දක්වා අංක යොදු සාධාරණ දායු කැටයක් උචිදමා මතුපිට වැවෙන පැත්ත නිරීක්ෂණය කිරීම.
 - නිල් බේල දෙකක් හා රතු බේල 3ක් ඇති මල්ලකින් අහැශු ලෙස බේලයක් ගෙන පාට නිරීක්ෂණය කිරීම.
 - 1-9 දක්වා අංක ලියා ඇති කාචිපත් අතරින් 1ක් අහැශු ලෙස තෝරා අංකය සටහන් කිරීම.

(10)(i) ඉහත ගැටුපෙළී (ii) භා සසම්භාවී පරීක්ෂණය සඳහා නියැදි අවකාශය ලියන්න.

- $$A = \{ \text{ඉරවෙම් සංඛ්‍යාවක් ලැබීම} \}$$
- $$B = \{ \text{ප්‍රථමක සංඛ්‍යාවක් ලැබීම } \}$$
- $$C = \{ \text{හතරස් සංඛ්‍යාවක් ලැබීම } \}$$
- $$D = \{ \text{ ඔත්තේ සංඛ්‍යාවක් ලැබීම} \} \text{ ලෙස ගෙන }$$
- (ii) (a) $P(A)$ (b) $P(B)$ (c) $P(C)$ (d) $P(D)$ (e) $P(A \cap B)$
 (f) $P(A \cap C)$ (g) $P(C \cap A)$ (h) $P(A \cup B)$ (i) $P(A \cup B \cup C)$ (j) $P(A \cap B \cap C)$
 සෞයන්න.
- (iii) (a) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
 (b) $P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(B \cap C)$
 $\quad \quad \quad - P(C \cap A) + P(A \cap B \cap C)$
- එව ද සාධනය කරන්න.
- (iv) (a) අනෙකානා වශයෙන් බහිජ්‍යකාර සිද්ධි දෙකක් තෝරන්න.
 (b) $P(A \cup D)$ සෞයන්න.

ඇගයීම් නිර්ණායක

- අවශ්‍ය දූෂුම ලබා ගැනීම සඳහා පොත්පත් පරිභිලනය.
- කුලක විෂය පිළිබඳ අවබෝධය.
- සම්භාවිතාව මූලික සංකල්ප පිළිබඳ අවබෝධය.
- දී ඇති උපදෙස් නිවැරදිව පිළිපැදීම.
- නිරවුල් ව අදහස් ප්‍රකාශ කිරීම.

ලිඛිත පරීක්ෂණ සඳහා ගුරුවරුන් හට පහත සඳහන් ආකාරයේ ගැටලු යොදාගත හැකි ය.

අනුකළනය

1. (a) $\frac{2}{x(x+1)(x+2)}$ හිත්ත හාගවලට වෙන්කරන්න.

$$\text{එනයින් } \int_{\frac{1}{2}}^4 \frac{2}{x(x+1)(x+2)} dx = 3\ln 3 - 2\ln 5 \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

- (b) $x-1 = u^2$ ආදේශයෙන් හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ $\int \frac{x+1}{\sqrt{x-1}} dx$ සොයන්න.

- (c) කොටස් වශයෙන් අනුකළනය හාවිතයෙන් $\int_0^{\frac{\pi}{6}} x \cos 3x dx$ අගයන්න.

- (d) $\int_0^a f(x) dx = \int_0^a f(a-x) dx$ බව පෙන්වන්න. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{\sin x + \cos x} dx$ අගයන්න.

2. (a) $\frac{1}{(3t+1)(t+3)}$ හිත්ත හාගවලට වෙන්කරන්න.

$$t = \tan x \text{ ආදේශය හාවිතයෙන්}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{3+5\sin 2x} dx = \int_0^1 \frac{1}{(3t+1)(t+3)} dt \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

$$\text{එනයින් } \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{3+5\sin 2x} dx = \frac{1}{8} \ln 3 \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

- (b) කොටස් වශයෙන් අනුකළනය හාවිතයෙන්

$$\int_0^1 x e^{3x} dx \text{ අගයන්න.}$$

- (c) $y = x^2$ සහ $y^2 = x$ යන වනුවලින් මායිම් වන වර්ගත්ලය සොයන්න.

3. (a) $u^2 = a^2 - x^2$, ආදේශය හාවිතයෙන් හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ $\int_0^a x \sqrt{a^2 - x^2} dx$ අගයන්න.

(b) $f(x) = \frac{x^2 + 6x + 7}{(x+2)(x+3)}$ නම,

$$f(x) = A + \frac{B}{x+2} + \frac{C}{x+3}, \text{ වන } A, B, C \text{ නියත සොයන්න.}$$

$$\int_0^2 f(x) dx = 2 + \ln\left(\frac{25}{81}\right) \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

(c) කොටස් වශයෙන් අනුකලනය හාවිතයෙන් $\int_0^{\frac{\pi}{4}} x^2 \cos 2x \, dx$ අගයන්න.

(d) $\int_0^a f(x) dx = \int_0^a f(a-x) dx$ බව පෙන්වන්න.

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1 - \sin 2x}{1 + \sin 2x} \, dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^2 x \, dx \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1 - \sin 2x}{1 + \sin 2x} \, dx \text{ හි අගය සොයන්න.}$$

වෘත්ත වලිතය

1. දිග $14a$ වූ සැහැල්ල අවිතනා තන්තුවක දෙකකට උග්‍රීතා හා B අවල ලක්ෂා දෙකකට ගැටුගසා ඇත. $AB = 10a$ වන අතර A, B ට සිරස් ව ඉහළින් පිහිටියි. $AP = 8a$ වන පරිදි තන්තුවේ පිහිටි P ලක්ෂායට ස්කන්ධය m වූ අංගුවක් ඇදා ඇත. තන්තුව ඇදී සිටින පරිදි m අංගුව w කොළීක ප්‍රවේශයින් තිරස් වෘත්තයක වලනය වේ.

(i) AP තන්තුවේ ආතනිය $\frac{4m}{25}(5g + 180w^2)$ බව පෙන්වන්න.

(ii) BP තන්තු කොටස් ආතනිය සොයන්න.

(iii) $w \geq \sqrt{\frac{5g}{32a}}$ බව පෙන්වන්න.

2. අරය r වූ වෘත්තයක ආකාරයට නවා ඇති පුම්බ කම්බියක් සිරස් තලයක සවිකර ඇත. එහි කේන්ද්‍රය O ද පහළම ලක්ෂාය B ද යැයි ගනිමු. කම්බියට අමුණා ඇති ස්කන්ධය m වූ P පබලවක් B ලක්ෂායේ සිට u වේගයෙන් කම්බිය ඔස්සේ ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ.
- (i) පබලව පළමුවරට තිශ්වලනාවයට පත් වන්නේ OP තිරස් වන විට ද නම්, u හි අගය සොයන්න.
- (ii) P පබලව සම්පූර්ණ වෘත්තයක් ගෙවා යාම සඳහා u හි විය යුතු අවම අගය සොයන්න.

(iii) $u = \sqrt{3ga}$ නම්, OP උඩු සිරස සමග $\cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$ කෝණයක් සාදන විට පෙන්වන්න ප්‍රතික්‍රියාව ඉත්තාය බව පෙන්වන්න පෙන්වන්න ප්‍රථම වරට නිශ්චලතාවයට පත් වන විට OP සිරස සමග සාදන කෝණය සොයන්න.

3. අරය a මූලු අවල සූමට ගෝලයක ඉහළ ම ලක්ෂණයේ නිශ්චලතාවයේ ඇති අංශවකට කුඩා විස්ත්‍රාපනයක් දෙනු ලැබේ.

(i) අංශව හරහා යන අරයක් සිරසත් අතර කෝණය $\cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$ වන විට අංශව, ගෝලය හැර යන බව පෙන්වන්න.

(ii) ගෝලය පිහිටි තලයට පහළින් ඇති තිරස් තලයක ගෝලයේ කේන්ද්‍රය හරහා යන සිරස් රේඛාවේ සිට $\frac{2\sqrt{5}a}{3}$ දුරකින්, අංශව පතිත වේ නම්, ගෝලයේ පහළම ලක්ෂණයේ සිට අංශව පතිත වන තිරස් තලය ඇත්තේ කොපමණ ගැටුරකින් ද?

4. අරය a ද කේන්ද්‍රය O ද වූ වෘත්තාකර සිහින් සූමට තලයක් සිරස්ව සවිකර ඇත. ස්කන්ධ පිළිවෙළින් $4m$ හා m මූලු A හා B අංශ දෙකක් සැහැල්ලු අවශ්‍ය තන්තුවකින් එකිනෙක ගැට ගසා ඇත. ආරම්භයේදී A, B සහ O එක ම තිරස් මුට්ටමක පිහිටයි. දැන් පද්ධතිය නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබයි. t කාලයකට පසු AOB කෝණය කෝණයකින් හැරේ.

(i) $5a\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 = 6g \sin \theta$ බව පෙන්වන්න.

(ii) B හා තලය අතර ප්‍රතික්‍රියාව, m , g හා ඇසුරෙන් සොයන්න.

(iii) g හා θ ඇසුරෙන් $\frac{d^2\theta}{dt^2}$ සොයන්න.

(iv) එනයින් තන්තුවේ ආත්මිය සොයන්න.

නිපුණතා මට්ටම් අංකවලට අදාළ නිපුණතා මට්ටම්

13 ගේෂීයට අදාළ එක් එක් නිපුණතා මට්ටම් අංකවලට අදාළ නිපුණතා මට්ටම් පහත දැක් වේ.

පළමුවන වාරය

සංස්ක්ත ගණීතය I

- 11.3 ශිතවල මාපාංක ඇතුළත් අසමානතා ගැටුපු විසඳයි.
- 27.1 සරල රේබාවක සමිකරණය ව්‍යුත්පන්න කරයි.
- 27.2 දෙන ලද සරල රේබා දෙකක ජේදන ලක්ෂණය හරහා යන ඕනෑම සරල රේබාවක සමිකරණය ව්‍යුත්පන්න කරයි.
- 27.3 දෙන ලද සරල රේබාවකට සාපේක්ෂව ලක්ෂණ දෙකක පිහිටීම සෞයයි.
- 27.4 සරල රේබා දෙකක් අතර කෝණය සෞයයි.
- 27.5 දෙන ලද ලක්ෂණයක සිට දෙන ලද සරල රේබාවකට ඇති ලම්බ දුර ඇසුරෙන් සරල රේබාවක හා සම්බන්ධ වශේෂිත ප්‍රතිඵල ව්‍යුත්පන්න කරයි.
- 28.1 වෘත්තයක කාට්සීය සමිකරණය සෞයයි.
- 28.2 වෘත්තයක් අනුබද්ධයෙන් ලක්ෂණයක පිහිටීම විස්තර කරයි.
- 28.3 වෘත්තයක් අනුබද්ධයෙන් සරල රේබාවක පිහිටීම විස්තර කරයි.
- 28.4 බාහිර ලක්ෂණයක සිට වෘත්තයකට ඇදි ස්පර්ශකවල ස්පර්ශ ජ්‍යාය විවරණය කරයි.
- 28.5 $S + \pi U = 0$ සමිකරණය විවරණය කරයි.
- 28.6 වෘත්ත දෙකක පිහිටීම විවරණය කරයි.
- 28.7 $S + \pi' U = 0$ සමිකරණය විවරණය කරයි.
- 29 කෝතුකවල සමිකරණ විවරණය කරයි.

සංස්ක්ත ගණීතය II

- 3.10 යාන්ත්‍රික ගක්තිය විවරණය කරයි.
- 3.11 අදාළ අවස්ථා සඳහා ජවයේ උපයෝගිතාව විමසමින් ගැටුපු විසඳයි.
- 3.12 ආවේගී ක්‍රියාවක එලය විවරණය කරයි.
- 3.13 සරල ප්‍රත්‍යාස්ථා ගැටුම විවරණය කිරීමට නිවිතන්ගේ ප්‍රත්‍යාගති නියමය හාවිත කරයි.
- 3.14 තිරස් වෘත්තයක වලිත අවස්ථාව එලදායීව යොදා ගැනීමට අදාළ මූලධර්ම විමර්ශනය කරයි.
- 3.15 සිරස් වෘත්ත වලිතයක හැසිරීම කෙරෙහි බලපාන සාධකයක් ලෙස ආරම්භක වේගය සැලකිල්ලට ගනී.

දෙවන වාරය
සංපුක්ත ගණිතය I

- 25.1 ශ්‍රීතයක ව්‍යුත්පන්නය පිළිබඳ අදහස ඇසුරින් අනුකලන ප්‍රතිඵල අපෝහනය කරයි.
- 25.2 ගැටුපු විසඳීම සඳහා අනුකලනය පිළිබඳ තීති හාවිත කරයි.
- 25.3 කලනයේ මූලික ප්‍රමේයය හාවිතයෙන් නිශ්චිත අනුකලනයක මූලික ලක්ෂණ විමර්ශනය කරයි.
- 25.4 උවිත ක්‍රම තෝරා ගනිමින් පරිමේය ශ්‍රීත අනුකලනය කරයි.
- 25.5 ත්‍රිකෝණම්තික සර්වසාමාෂ හාවිතයෙන් සම්මත ආකාරවලට උග්‍රනය කර ත්‍රිකෝණම්තික ප්‍රකාශන අනුකලනය කරයි.
- 25.6 අනුකලනය සඳහා විව්‍යාපෘති පරිවර්තන ක්‍රමය හාවිත කරයි.
- 25.7 කොටස් වශයෙන් අනුකලනය ක්‍රමය හාවිතයෙන් ගැටුපු විසඳයි.
- 25.8 අනුකලනය හාවිතයෙන් වකු මගින් මායිම වූ ප්‍රදේශයක වර්ගීය නිර්ණය කරයි.
- 8.1 ගණන් කිරීම සඳහා විවිධ ක්‍රම හාවිත කරයි.
- 8.2 ගණිත ගැටුපු විසඳීම සඳහා ශිල්පීය ක්‍රමයක් ලෙස සංකරණ හාවිත කරයි.
- 8.3 ගණිත ගැටුපු විසඳීම සඳහා ශිල්පීය ක්‍රමයක් ලෙස සංයෝජන හාවිත කරයි.
- 21.1 මූලික ග්‍රේණී විස්තර කරයි.
- 21.2 සමා-ගුණෝත්තර ග්‍රේණී විවරණය කරයි.
- 21.3 ධන ත්‍රිඛ්‍රා ගුණීත පද සහිත ග්‍රේණී ආකලනය කරයි.
- 21.4 විවිධ ක්‍රම හාවිතයෙන් ග්‍රේණී ආකලනය කරයි.

සංපුක්ත ගණිතය II

- 2.11 අර්ථ දැක්වීම හාවිතයෙන් සම්මතික ඒකාකාර වස්තුවල ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය නිර්ණය කිරීම සඳහා විවිධ ශිල්පීය ක්‍රම යොදා ගනියි.
- 2.12 අර්ථ දැක්වීම සහ අනුකලනය හාවිතයෙන් සරල ජ්‍යාම්තික වස්තුවල ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය සෞයයි.
- 2.13 ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය හා ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය සමඟාත වීම යන්න උපකල්පනය කර සංපුක්ත වස්තුවල සහ ගේජ වස්තුවල ස්කන්ධ කේන්ද්‍ර (ගුරුත්ව කේන්ද්‍ර) සෞයයි.
- 2.14 වස්තුවක සමතුලිතතාවයේ ස්ථායිතාවය විස්තීරණය කරයි.
- 4.1 සහමිභාවී පරීක්ෂණයක සිද්ධී විවරණය කරයි.
- 4.2 අහඹු සිදුවීම පිළිබඳ ගැටුපු විසඳීම සඳහා සම්භාවිතාව පිළිබඳ ආකෘති යොදා ගනියි.
- 4.3 දෙන ලද තත්ත්වවලට යටත් ව අහඹු සිද්ධීයක සම්භාවිතාව නිර්ණය කිරීම සඳහා අසම්භව්‍ය සම්භාවිතා සංකල්ප උපයෝගී කර ගනියි.
- 4.4 අහඹු සිද්ධී දෙකක හෝ වැඩි ගණනක ස්වායත්තතාව නිර්ණය කිරීම සඳහා සම්භාවිතා ආකෘතිය යොදා ගනියි.
- 4.5 අවස්ථානුකූලව බෙයස් ප්‍රමේයය හාවිත කරයි.

තුන්වන වාරය
සංයුත්ත ගණිතය I

- 10.1 ද්වීපද ප්‍රසාරණයේ මූලික ලක්ෂණ ගම්බුණු කරයි.
- 10.2 ද්වීපද ප්‍රසාරණයේ පද හා සංගුණක අතර සම්බන්ධය විමර්ශනය කරයි.
- 14.1 සංඛ්‍යා පද්ධතිය විස්තීරණය කරයි.
- 14.2 සංකීරණ සංඛ්‍යා පිළිබඳ විජය විවරණය කරයි.
- 14.3 ආර්ගන්ඩ් සටහන ඇසුරින් ආකළනය ජ්‍යාමිතිකව විවරණය කරයි.
- 14.4 ආර්ගන්ඩ් සටහන ඇසුරින් ගුණීතය සහ ලබාධිය ජ්‍යාමිතිකව විවරණය කරයි.
- 14.5 විවළු ලක්ෂණයක පථයේ සංකීරණ සම්කරණය විවරණය කරයි.
- 12.1 න්‍යාස සම්බන්ධ මූලික සිද්ධාන්ත විස්තර කරයි.
- 12.2 සමවතුරසු න්‍යාසවල විශේෂ අවස්ථා පැහැදිලි කරයි.
- 12.3 න්‍යාසයක ප්‍රතිලෝචනය සහ පෙරපළම විස්තර කරයි.
- 12.4 සමගාමී සම්කරණවල විසඳුම් සේවීමට න්‍යාස හාවිත කරයි.
- 13.1 නිශ්චායකයක ගුණ විවරණය කරයි.

සංයුත්ත ගණිතය II

- 3.16 සරල අනුවර්ති වලිතය විශ්ලේෂණය කරයි.
- 3.17 තිරස් රේඛාවක් ඔස්සේ සිදුවන සරල අනුවර්ති වලිතයේ ස්වභාවය එහි ලක්ෂණ ඇසුරෙන් විස්තර කරයි.
- 3.18 සිරස් රේඛාවක් ඔස්සේ සිදුවන සරල අනුවර්ති වලිතයේ ස්වභාවය එහි ලක්ෂණ ඇසුරෙන් විග්‍රහ කරයි.
 - 5.1 සංඛ්‍යානයේ ස්වභාවය හඳුන්වයි.
 - 5.2 තොරතුරු ලබා ගැනීම සඳහා දත්ත හසුරුවයි.
 - 5.3 දත්ත සහ තොරතුරු වර්ගීකරණය කරයි.
 - 5.4 දත්ත සහ තොරතුරු වගුගත කරයි.
 - 5.5 දත්ත සහ තොරතුරු රුපිතව දක්වයි.
 - 5.6 කේන්දුක ප්‍රවණතා මිනුමක් ලෙස මධ්‍යන්‍යය විග්‍රහ කරයි.
 - 5.7 සාමේක්ෂ පිහිටුම් මිනුම අගයයන් ඇසුරින් සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තිය විවරණය කරයි.
 - 5.8 සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් පිළිබඳ තීරණවලට එළඹීම සඳහා උච්ච කේන්දුක ප්‍රවණතා මිනුම හාවිත කරයි.
 - 5.9 අපකිරණ මිනුම හාවිතයෙන් සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක විසිරීම විවරණය කරයි.

ආක්‍රිත ගුණ්ව

- Bstock, L. and Chandler, J. Pure Mathematics I
Stanley Thrones (Publishers) Ltd.- 1993
- Bstock, L. and Chandler, J. Pure Mathematics II
Stanley Thrones (Publishers) Ltd.- 1993
- Bostock, L. and Chandler, J. Applied Mathematics I
Stanley Thrones (Publishers) Ltd.- 1993
- Bostock, L. and Chandler, J. Applied Mathematics II
Stanley Thrones (Publishers) Ltd.- 1993
- ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය මගින් ප්‍රකාශිත සම්පත් ගුණ්ව
අනුකලනය
සරල රේඛීය ව්‍යිෂ්ට්‍ය
සිංකරණ හා සංයෝග්‍රහ
අංශුවක සමතුලිතත්ව
වර්ගජ ලිඛිත හා වර්ගජ සම්කරණ
බහුපද ලිඛිත හා පරීමෝය ලිඛිත
ගණිතමය අභ්‍යන්තරය හා ද්‍රීඩ්පද ප්‍රමෝයය
තාත්ත්වික සංඛ්‍යා හා ලිඛිත
තිකෙරුණුම්තිය
අසමානතා
දෙදික රාජි පිළිබඳ විෂයාකාශය
ශ්‍රී ලංකා සමාජය
ශ්‍රී ලංකා කළනය
සරල රේඛාව
දැරුණක, සාක්ෂිය ලිඛිත හා ලැසුගණක
සංඛ්‍යානය
ව්‍යුත්පන්නයේ හා විත
වෘත්තය
සම්භාවිතාව
නිවුවන් නියම
ඒකතල බල