

නව/පැරණි නිර්දේශය - புதிய/பழைய பாடத்திட்டம் - New/Old Syllabus

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
 இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம்
 Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka

NEW/OLD

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2019 අගෝස්තු
 கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2019 ஓகஸ்ட்
 General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2019

උසස් ගණිතය I
 உயர் கணிதம் I
 Higher Mathematics I

11 S I

2019.08.28 / 0830 - 1140

පැය තුනයි
 மூன்று மணித்தியாலம்
 Three hours

අමතර කියවීමේ කාලය - මිනිත්තු 10 යි
 மேலதிக வாசிப்பு நேரம் - 10 நிமிடங்கள்
 Additional Reading Time - 10 minutes

අමතර කියවීමේ කාලය ප්‍රශ්න පත්‍රය කියවා ප්‍රශ්න තෝරා ගැනීමටත් පිළිතුරු ලිවීමේදී ප්‍රමුඛත්වය දෙන ප්‍රශ්න තෝරා ගැනීමටත් යොදාගන්න.

උපදෙස්:

විභාග අංකය

- * මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ;
 A කොටස (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ B කොටස (ප්‍රශ්න 11 - 17).
- * A කොටස
 සියලුම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකි ය.
- * B කොටස
 ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
- * නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු A කොටසෙහි පිළිතුරු පත්‍රය B කොටසෙහි පිළිතුරු පත්‍රයට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.
- * ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි B කොටස පමණක් විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙනයාමට ඔබට අවසර ඇත.

පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(11) උසස් ගණිතය I		
කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	

එකතුව

ඉලක්කමෙන්	
අකුරෙන්	

ගංගේග අංක

උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක	
පරීක්ෂා කළේ:	1
	2
අධීක්ෂණය කළේ:	

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved

නව/පැරණි නිර්දේශය - புதிய/பழைய பாடத்திட்டம் - New/Old Syllabus

NEW/OLD
 இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம்
 Department of Examinations, Sri Lanka
 இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம்
 Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2019 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2019 ஓகஸ்ட்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2019

උසස් ගණිතය	I
உயர் கணிதம்	I
Higher Mathematics	I



B කොටස

* ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11. (a) A, B හා C යනු S සර්වත්‍ර කුලකයක උපකුලක යැයි ගනිමු. ඔබ භාවිත කරන කුලක විෂයෙහි ඕනෑම ප්‍රතිඵලයක් පැහැදිලිව ප්‍රකාශ කරමින්,

- (i) $A \cap (B \setminus C) = (A \cap B) \setminus (A \cap C)$,
- (ii) $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$

බව පෙන්වන්න.

උදාහරණයක් භාවිතයෙන්, $A \setminus (B \cup C) \neq (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$ බව පෙන්වන්න.

(b) තරගයක දී, පාසලක් පහත දැක්වෙන පරිදි ප්‍රභේද තුනක් සඳහා පදක්කම් ප්‍රදානය කළේ ය.

- නැවුම් සඳහා පදක්කම් 45 ක් ප්‍රදානය කරන ලදී.
- ගායනා සඳහා පදක්කම් 21 ක් ප්‍රදානය කරන ලදී.
- ක්‍රීඩා සඳහා පදක්කම් 27 ක් ප්‍රදානය කරන ලදී.

මුළු පදක්කම්ලාභීන් සංඛ්‍යාව 54 නම් හා පුද්ගලයින් 13 දෙනෙකුට පමණක් වර්ග තුනෙන්ම පදක්කම් ලැබුණේ නම්, කීදෙනෙකුට හරියටම වර්ග දෙකකින් පදක්කම් ලැබුණේ ද?

12. (a) $a, b, c \in \mathbb{R}^+$ යැයි ගනිමු.

සමාන්තර මධ්‍යන්‍යය - ගුණෝත්තර මධ්‍යන්‍යය අසමානතාව භාවිතයෙන්, $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$ බව පෙන්වන්න.
ඒ නගින්න.

- (i) $\frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} + \frac{a+b}{c} \geq 6$,
- (ii) $x^2(1+y^2) + y^2(1+z^2) + z^2(1+x^2) \geq 6xyz$

බව පෙන්වන්න.

(b) $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ පරිණාමනය මගින් xy -තලයේ ලක්ෂ්‍ය $x'y'$ -තලයේ ලක්ෂ්‍ය බවට අනුරූපණය වේ.

ඉහත පරිණාමනය යටතේ, $y = mx + c$, ($m \neq \frac{2}{3}$ හා $c \neq 0$) රේඛාව අච්චලක වන පරිදි m හි අගය සොයන්න.
 $A \equiv (c, 0)$ හා $B \equiv (0, c)$ යනු xy -තලයේ ලක්ෂ්‍ය දෙකක් යැයි ගනිමු. මෙම පරිණාමනය යටතේ ඒවායේ ප්‍රතිවිමබ වූ A' හා B' හි බණ්ඩාංක සොයා, A' හා B' ලක්ෂ්‍ය $x' + y' = c$ රේඛාව මත පිහිටන බව සත්‍යාපනය කරන්න.

13. ධන නිඛිලමය දර්ශකයක් සඳහා ද මූලාවර් ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කර සාධනය කරන්න.

ද මූලාවර් ප්‍රමේයය භාවිතයෙන්,

(i) $\cos 5\theta = \cos^5 \theta - 10 \cos^3 \theta \sin^2 \theta + 5 \cos \theta \sin^4 \theta$ හා

(ii) $\sin 5\theta = \sin^5 \theta - 10 \cos^2 \theta \sin^3 \theta + 5 \cos^4 \theta \sin \theta$

බව පෙන්වන්න.

$$\tan 5\theta = \frac{\tan \theta (\tan^4 \theta - 10 \tan^2 \theta + 5)}{(1 - 10 \tan^2 \theta + 5 \tan^4 \theta)}$$
 බව අපෝහනය කරන්න.

$0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ සඳහා $\tan 5\theta = 0$ සමීකරණය විසඳා, $x^2 - 10x + 5 = 0$ සමීකරණයේ මූල $\tan^2\left(\frac{\pi}{5}\right)$ හා $\tan^2\left(\frac{2\pi}{5}\right)$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නමින්, $\sec^2\left(\frac{\pi}{5}\right) + \sec^2\left(\frac{2\pi}{5}\right) = 12$ බව පෙන්වන්න.

14. (a) C_1 හා C_2 යනු $x \in \mathbb{R}$ සඳහා, $y = \frac{4x}{1+x}$ හා $y = \frac{2}{3}x^2$ මගින් දෙනු ලබන වක්‍ර යැයි ගනිමු. C_1 හා C_2 හි ඡේදන ලක්ෂ්‍යවල බණ්ඩාංක සොයන්න.

ස්පර්ශෝන්මුඛ හා හැරුම් ලක්ෂ්‍ය (ඇත්නම්) පැහැදිලිව පෙන්වමින්, C_1 හා C_2 හි ප්‍රස්තාරවල දළ සටහන් එකම රූපයක අඳින්න. C_1 හා C_2 මගින් ආවෘත වර්ගඵලය සොයන්න.

C_1 හා C_2 වක්‍ර මගින් ආවෘත වර්ගඵලය, x -අක්ෂය වටා සෘජුකෝණ 4 කින් පරිභ්‍රමණය කිරීමෙන් ජනනය වන ඝනයේ පරිමාවක් සොයන්න.

(b) $2x^2 \frac{dy}{dx} - 2xy + y^2 = 0$ අවකල සමීකරණය විසඳන්න.

15. (a) $I_n = \int_0^{2\pi} \sin^n(x+\alpha) dx$ යැයි ගනිමු; මෙහි α යනු තාත්වික නියතයක් ද, n යනු $n \geq 2$ වන පරිදි වූ නිඛිලයක් ද වේ.

$n \geq 2$ සඳහා, $n I_n = (n-1) I_{n-2}$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නමින්, $\int_0^{2\pi} (\sqrt{3} \sin x + \cos x)^6 dx$ හි අගය සොයන්න.

(b) $y = \tan(e^{2x} - 1)$ යැයි ගනිමු.

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = 2 \frac{dy}{dx} (1 + ye^{2x})$$
 බව පෙන්වන්න.

ඒ නමින්, y හි මැක්ලෝරින් ශ්‍රේණි ප්‍රසාරණය x^4 අඩංගු පදය දක්වා, එයත් ඇතුළත්ව සොයන්න.

නව/පැරණි නිර්දේශය - புதிய/பழைய பாடத்திட்டம் - New/Old Syllabus

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
 இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம்
 Department of Examinations, Sri Lanka
 ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
 இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம்
 Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka

NEW/OLD

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2019 අගෝස්තු
 கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2019 ஓகஸ்ட்
 General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2019

උසස් ගණිතය I
 உயர் கணிதம் I
 Higher Mathematics I

11 S I

B කොටස

* ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11. (a) A, B හා C යනු S සර්වත්‍ර කුලකයක උපකුලක යැයි ගනිමු. ඔබ භාවිත කරන කුලක විෂයෙහි ඕනෑම ප්‍රතිඵලයක් පැහැදිලිව ප්‍රකාශ කරමින්,

- (i) $A \cap (B \setminus C) = (A \cap B) \setminus (A \cap C)$,
- (ii) $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$

බව පෙන්වන්න.

උදාහරණයක් භාවිතයෙන්, $A \setminus (B \cup C) \neq (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$ බව පෙන්වන්න.

(b) තරගයක දී, පාසලක් පහත දැක්වෙන පරිදි ප්‍රශ්නේද තුනක් සඳහා පදක්කම් ප්‍රදානය කළේ ය.

- නැටුම් සඳහා පදක්කම් 45 ක් ප්‍රදානය කරන ලදී.
- ගායනා සඳහා පදක්කම් 21 ක් ප්‍රදානය කරන ලදී.
- ක්‍රීඩා සඳහා පදක්කම් 27 ක් ප්‍රදානය කරන ලදී.

මුළු පදක්කම්ලාභීන් සංඛ්‍යාව 54 නම් හා පුද්ගලයින් 13 දෙනෙකුට පමණක් වර්ග තුනෙන්ම පදක්කම් ලැබුණේ නම්, කීදෙනෙකුට හරියටම වර්ග දෙකකින් පදක්කම් ලැබුණේ ද?

12. (a) $a, b, c \in \mathbb{R}^+$ යැයි ගනිමු.

සමාන්තර මධ්‍යන්‍යය - ගුණෝත්තර මධ්‍යන්‍යය අසමානතාව භාවිතයෙන්, $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$ බව පෙන්වන්න. ඒ නිසින්,

- (i) $\frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} + \frac{a+b}{c} \geq 6$,
- (ii) $x^2(1+y^2) + y^2(1+z^2) + z^2(1+x^2) \geq 6xyz$

බව පෙන්වන්න.

(b) $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ පරිණාමනය මගින් xy-තලයේ ලක්ෂ්‍ය $x'y'$ -තලයේ ලක්ෂ්‍ය බවට අනුරූපණය වේ.

ඉහත පරිණාමනය යටතේ, $y = mx + c$, ($m \neq \frac{2}{3}$ හා $c \neq 0$) රේඛාව අවිචලක වන පරිදි m හි අගය සොයන්න. $A \equiv (c, 0)$ හා $B \equiv (0, c)$ යනු xy-තලයේ ලක්ෂ්‍ය දෙකක් යැයි ගනිමු. මෙම පරිණාමනය යටතේ ඒවායේ ප්‍රතිබිම්බ වූ A' හා B' හි බණ්ඩාංක සොයා, A' හා B' ලක්ෂ්‍ය $x' + y' = c$ රේඛාව මත පිහිටන බව සත්‍යාපනය කරන්න.

13. ධන නිඛිලමය දර්ශකයක් සඳහා ද මූලාචර ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කර සාධනය කරන්න.

ද මූලාචර ප්‍රමේයය භාවිතයෙන්,

$$(i) \cos 5\theta = \cos^5 \theta - 10 \cos^3 \theta \sin^2 \theta + 5 \cos \theta \sin^4 \theta \text{ හා}$$

$$(ii) \sin 5\theta = \sin^5 \theta - 10 \cos^2 \theta \sin^3 \theta + 5 \cos^4 \theta \sin \theta$$

බව පෙන්වන්න.

$$\tan 5\theta = \frac{\tan \theta (\tan^4 \theta - 10 \tan^2 \theta + 5)}{(1 - 10 \tan^2 \theta + 5 \tan^4 \theta)} \text{ බව අපෝහනය කරන්න.}$$

$0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ සඳහා $\tan 5\theta = 0$ සමීකරණය විසඳා, $x^2 - 10x + 5 = 0$ සමීකරණයේ මූල $\tan^2\left(\frac{\pi}{5}\right)$ හා $\tan^2\left(\frac{2\pi}{5}\right)$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නිසින්, $\sec^2\left(\frac{\pi}{5}\right) + \sec^2\left(\frac{2\pi}{5}\right) = 12$ බව පෙන්වන්න.

14. (a) C_1 හා C_2 යනු $x \in \mathbb{R}$ සඳහා, $y = \frac{4x}{1+x}$ හා $y = \frac{2}{3}x^2$ මගින් දෙනු ලබන වක්‍ර යැයි ගනිමු. C_1 හා C_2 හි ඡේදන ලක්ෂ්‍යවල බණ්ඩාංක සොයන්න.

ස්පර්ශෝන්මුඛ හා හැරුම් ලක්ෂ්‍ය (ඇත්නම්) පැහැදිලිව පෙන්වමින්, C_1 හා C_2 හි ප්‍රස්තාරවල දළ සටහන් එකම රූපයක අඳින්න. C_1 හා C_2 මගින් ආවෘත වර්ගඵලය සොයන්න.

C_1 හා C_2 වක්‍ර මගින් ආවෘත වර්ගඵලය, x -අක්ෂය වටා සෘජුකෝණ 4 කින් පරිභ්‍රමණය කිරීමෙන් ජනනය වන ඝනයේ පරිමාවක් සොයන්න.

(b) $2x^2 \frac{dy}{dx} - 2xy + y^2 = 0$ අවකල සමීකරණය විසඳන්න.

15. (a) $I_n = \int_0^{2\pi} \sin^n(x+\alpha) dx$ යැයි ගනිමු; මෙහි α යනු තාත්වික නියතයක් ද, n යනු $n \geq 2$ වන පරිදි වූ නිඛිලයක් ද වේ.

$n \geq 2$ සඳහා, $n I_n = (n-1) I_{n-2}$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නිසින්, $\int_0^{2\pi} (\sqrt{3} \sin x + \cos x)^6 dx$ හි අගය සොයන්න.

(b) $y = \tan(e^{2x} - 1)$ යැයි ගනිමු.

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = 2 \frac{dy}{dx} (1 + ye^{2x}) \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

ඒ නිසින්, y හි මැක්ලෝරින් ශ්‍රේණි ප්‍රසාරණය x^4 අඩංගු පදය දක්වා, එයත් ඇතුළත්ව සොයන්න.

16. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ඉලිප්සයෙහි (x_1, y_1) ලක්ෂ්‍යයෙහි දී ස්පර්ශකයේ සමීකරණය $\frac{xx_1}{a^2} + \frac{yy_1}{b^2} = 1$ බව පෙන්වන්න.

ඉලිප්සයට විකේන්ද්‍රික කෝණය θ වූ P ලක්ෂ්‍යයෙහි දී ස්පර්ශකයේ සමීකරණය අපෝහනය කර, P හි දී ඉලිප්සයට අභිලම්බය, $(a \sec \theta)x - (b \operatorname{cosec} \theta)y = a^2 - b^2$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

T හා T' යනු ස්පර්ශකයට පිළිවෙළින් OX හා OY අක්ෂ හමුවන ලක්ෂ්‍ය යැයි ද N හා N' යනු අභිලම්බයට OX හා OY අක්ෂ හමුවන ලක්ෂ්‍ය යැයි ද ගනිමු.

(i) θ විචලනය වන විට NN' හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයේ පථයෙහි සමීකරණය $4(a^2x^2 + b^2y^2) = (a^2 - b^2)^2$ බව පෙන්වන්න.

(ii) TT' හා NN' රේඛා ඛණ්ඩාංක අක්ෂවලට සමාන්තව ආනත වන විට θ $\left(0 < \theta < \frac{\pi}{2}\right)$ විකේන්ද්‍රික කෝණයෙහි අගය සොයන්න. මෙම අවස්ථාවේ දී, a හා b ඇසුරෙන් (TT') (NN') සොයන්න.

17.(a) $x \in \mathbb{R}$ සඳහා $f(x) = \frac{\sin 2x}{2 + \cos 2x}$ යැයි ගනිමු.

(i) $x \in \mathbb{R}$ සඳහා $-\frac{1}{\sqrt{3}} \leq f(x) \leq \frac{1}{\sqrt{3}}$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $0 \leq x \leq \pi$ සඳහා $y = f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයෙහි දළ සටහනක් අඳින්න.

(b) පහත දැක්වෙන වගුවේ දී ඇති e^{-x^2} හි අගයන් සහිතව සීමිත නිඛිල භාවිතයෙන්, $\int_0^1 e^{-x^2} dx$ සඳහා ආසන්න අගයක් සොයන්න.

x	0	0.25	0.50	0.75	1
e^{-x^2}	1	0.9394	0.7788	0.5698	0.3679

$\int_0^1 e^{(\ln 2 - 9x^2)} dx$ සඳහා ආසන්න අගයක් අපෝහනය කරන්න.
