

නව නිර්දේශය/புதிய பாடத்திட்டம்/New Syllabus

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
 இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம்
 Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka
 இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரīட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரīட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரīட்சைத் திணைக்களம்

NEW

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2019 අගෝස්තු
 கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2019 ஓகஸ்ட்
 General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2019

සංයුක්ත ගණිතය I
 இணைந்த கணிதம் I
 Combined Mathematics I

10 S I

2019.08.05 / 0830 - 1140

පැය තුනයි
 மூன்று மணித்தியாலம்
 Three hours

අමතර කියවීමේ කාලය - මිනිත්තු 10 කි
 மேலதிக வாசிப்பு நேரம் - 10 நிமிடங்கள்
 Additional Reading Time - 10 minutes

අමතර කියවීමේ කාලය ප්‍රශ්න පත්‍රය කියවා ප්‍රශ්න කේරා ගැනීමටත් පිළිතුරු ලිවීමේදී ප්‍රමුඛත්වය දෙන ප්‍රශ්න සංවිධානය කර ගැනීමටත් යොදාගන්න.

විභාග අංකය

උපදෙස්:

- * මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ;
 A කොටස (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ B කොටස (ප්‍රශ්න 11 - 17).
- * A කොටස:
 සියලු ම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩේහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකි ය.
- * B කොටස:
 ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
- * නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු A කොටසෙහි පිළිතුරු පත්‍රය, B කොටසෙහි පිළිතුරු පත්‍රයට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාවේහිදී භාර දෙන්න.
- * ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි B කොටස පමණක් විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙන යාමට ඔබට අවසර ඇත.

පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(10) සංයුක්ත ගණිතය I		
කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	

එකතුව

ඉලක්කමෙන්	
අකුරින්	

සංකේත අංක

උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක	
පරීක්ෂා කළේ:	1
	2
අධීක්ෂණය කළේ:	

A කොටස

1. නේත අන්‍යතන මූලධර්මය භාවිතයෙන්, සියලු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\sum_{r=1}^n (2r-1) = n^2$ බව සාධනය කරන්න.

2. එක ම රූප සටහනක $y = |4x-3|$ හා $y = 3-2|x|$ හි ප්‍රස්ථාරවල දළ සටහන් අඳින්න.

එකඟීන් හෝ අන් අන් අගුරුඹික් හෝ, $|2x-3| + |x| < 3$ අසමානතාව සපුරාලන x හි සියලු ම තාක්ෂණික අගයන් සොයන්න.

9. $A \equiv (-7, 9)$ ලක්ෂ්‍යය $S \equiv x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$ වෘත්තයට පිටතින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.
 $S = 0$ වෘත්තය මත වූ A ලක්ෂ්‍යයට ආසන්නතම ලක්ෂ්‍යයෙහි ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

10. $\theta \equiv (2n+1)\pi$ සඳහා $t = \tan \frac{\theta}{2}$ යැයි ගනිමු; මෙහි $n \in \mathbb{Z}$ වේ. $\cos \theta = \frac{1-t^2}{1+t^2}$ බව පෙන්වන්න.
 $\tan \frac{\pi}{12} = 2 - \sqrt{3}$ බව අපේක්ෂා කරන්න.

නව නිර්දේශය/புதிய பாடத்திட்டம்/New Syllabus

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
 இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம்
 Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka
NEW இணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம்

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2019 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2019 ஆகஸ்ட்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2019

සංයුක්ත ගණිතය	I
இணைந்த கணிதம்	I
Combined Mathematics	I

10 S I

B කොටස

* ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11. (a) $p \in \mathbb{R}$ හා $0 < p \leq 1$ යැයි ගනිමු. $p^2x^2 + 2x + p = 0$ සමීකරණයෙහි, 1 මූලයක් හෙවත බව පෙන්වන්න.

α හා β යනු මෙම සමීකරණයෙහි මූල යැයි ගනිමු. α හා β දෙකම තාත්වික බව පෙන්වන්න. p ඇසුරෙන් $\alpha + \beta$ හා $\alpha\beta$ ලියා දක්වා

$$\frac{1}{(\alpha - 1)} \cdot \frac{1}{(\beta - 1)} = \frac{p^2}{p^2 + p + 2}$$

බව පෙන්වන්න.

$\frac{\alpha}{\alpha - 1}$ හා $\frac{\beta}{\beta - 1}$ මූල වන වර්ගේ සමීකරණය $(p^2 + p + 2)x^2 - 2(p + 1)x + p = 0$ මගින් දෙනු ලබන බවත්, මෙම මූල දෙකම ධන වන බවත් පෙන්වන්න.

(b) c හා d යනු **හිස්ගුණ** තාත්වික සංඛ්‍යා දෙකක් යැයි ද $f(x) = x^3 + 2x^2 - dx + cd$ යැයි ද ගනිමු. $(x - c)$ යන්න $f(x)$ හි සාධකයක් බවත්, $(x - d)$ මගින් $f(x)$ බෙදූ විට ශේෂය cd බවත් දී ඇත. c හා d හි අගයන් සොයන්න. c හා d හි මෙම අගයන් සඳහා, $(x + 2)^2$ මගින් $f(x)$ බෙදූ විට ශේෂය සොයන්න.

12. (a) P_1 හා P_2 යනු පිළිවෙළින් $\{A, B, C, D, E, 1, 2, 3, 4\}$ හා $\{F, G, H, I, J, 5, 6, 7, 8\}$ මගින් දෙනු ලබන කුලක දෙක යැයි ගනිමු. $P_1 \cup P_2$ න් ගනු ලබන වෙනස් අකුරු 3 කින් හා වෙනස් සංඛ්‍යාංක 3 කින් යුත්, අවයව 6 කින් සමන්විත මූරපදයක් සෑදීමට අවශ්‍යව ඇත. පහත එක් එක් අවස්ථාවේ දී සෑදිය හැකි එවැනි වෙනස් මූරපද ගණන සොයන්න:

- (i) අවයව 6 ම P_1 න් පමණක් ම තෝරා ගනු ලැබේ,
- (ii) අවයව 3 ක් P_1 න් ද P_2 න් අනෙක් අවයව 3 ද තෝරා ගනු ලැබේ.

(b) $r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $U_r = \frac{1}{r(r+1)(r+3)(r+4)}$ හා $V_r = \frac{1}{r(r+1)(r+2)}$ යැයි ගනිමු.

$r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $V_r - V_{r+1} = 6U_r$ බව පෙන්වන්න.

එ මගින්, $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\sum_{r=1}^n U_r = \frac{5}{144} - \frac{(2n+5)}{6(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)}$ බව පෙන්වන්න.

$r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $W_r = U_{2r-1} + U_{2r}$ යැයි ගනිමු.

$n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\sum_{r=1}^n W_r = \frac{5}{144} - \frac{(4n+5)}{24(n+1)(n+2)(2n+1)(2n+3)}$ බව අපේක්ෂා කෙරෙන්න.

එ මගින්, $\sum_{r=1}^{\infty} W_r$ අපරිමිත ශ්‍රේණිය අභිසාරී බව පෙන්වා එහි අර්ථකථය සොයන්න.

13.(a) $A = \begin{pmatrix} a & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & -a & 4 \end{pmatrix}$ හා $C = \begin{pmatrix} b & -2 \\ -1 & b+1 \end{pmatrix}$ යනු $AB^T = C$ වන පරිදි වූ න්‍යාස යැයි

ගනිමු; මෙහි $a, b \in \mathbb{R}$ වේ.

$a = 2$ හා $b = 1$ බව පෙන්වන්න.

තව ද C^{-1} හොඳවන බව පෙන්වන්න.

$P = \frac{1}{2}(C - 2I)$ යැයි ගනිමු. P^{-1} ලියා දක්වා, $2P(Q + 3I) = P - I$ වන පරිදි Q න්‍යාසය සොයන්න; මෙහි I යනු ගණය 2 වන ඒකක න්‍යාසය වේ.

(b) $z, z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ යැයි ගනිමු.

(i) $\operatorname{Re} z \leq |z|$, හා

(ii) $z_2 \neq 0$ සඳහා $\left| \frac{z_1}{z_2} \right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}$

බව පෙන්වන්න.

$z_1 + z_2 \neq 0$ සඳහා $\operatorname{Re} \left(\frac{z_1}{z_1 + z_2} \right) \leq \frac{|z_1|}{|z_1 + z_2|}$ බව අපෝහනය කරන්න.

$z_1 + z_2 \neq 0$ සඳහා $\operatorname{Re} \left(\frac{z_1}{z_1 + z_2} \right) + \operatorname{Re} \left(\frac{z_2}{z_1 + z_2} \right) = 1$ බව සත්‍යාපනය කර.

$z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ සඳහා $|z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$ බව පෙන්වන්න.

(c) $w = \frac{1}{2}(1 - \sqrt{3}i)$ යැයි ගනිමු.

$1 + w$ යන්න $r(\cos \theta + i \sin \theta)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න; මෙහි $r > 0$ හා $\theta \left(-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2} \right)$ යනු නිර්ණය කළ යුතු නියත වේ.

ද මුඩාවර ප්‍රමේයය භාවිතයෙන්, $(1 + w)^{10} + (1 + \bar{w})^{10} = 243$ බව පෙන්වන්න.

14.(a) $x \neq 3$ සඳහා $f(x) = \frac{9(x^2 - 4x - 1)}{(x - 3)^3}$ යැයි ගනිමු.

$x \neq 3$ සඳහා $f(x)$ හි ව්‍යුත්පන්නය, $f'(x)$ යන්න $f'(x) = -\frac{9(x+3)(x-5)}{(x-3)^4}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

ස්පර්ශෝත්මුව, y -අන්තඃකේතය හා හැරුම් ලක්ෂ්‍ය දක්වමින්, $y = f(x)$ හි ප්‍රස්ථාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

$x \neq 3$ සඳහා $f''(x) = \frac{18(x^2 - 33)}{(x - 3)^5}$ බව දී ඇත. $y = f(x)$ හි ප්‍රස්ථාරයේ නතිවර්තන ලක්ෂ්‍යවල x -ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

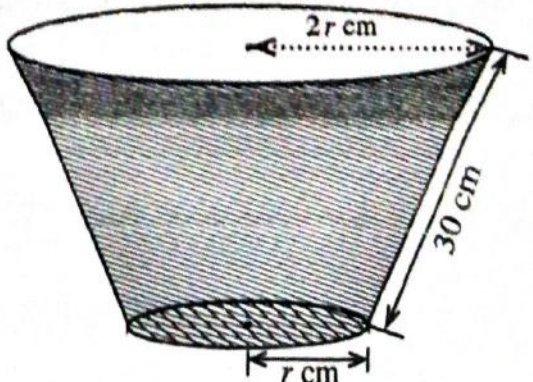
(b) යාබද රූපයෙන් පතුලක් සහිත සාදු වෘත්තාකාර කේතු ජ්‍යාමිතික ආකාරයෙන් වූ බේසමක් පෙන්වයි. බේසමෙහි ඉඳ දිග 30 cm ක් ද උඩින් වෘත්තාකාර ධාරයෙහි අරය පතුලෙහි අරය මෙන් දෙගුණයක් ද වේ. පතුලේ අරය r cm යැයි ගනිමු.

බේසමේ පරිමාව $V \text{ cm}^3$ යන්න $0 < r < 30$ සඳහා

$$V = \frac{7}{3} \pi r^2 \sqrt{900 - r^2}$$

මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

බේසමේ පරිමාව උපරිම වන පරිදි r හි අගය සොයන්න.



15. (a) $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$ සඳහා $x = 2 \sin^2 \theta + 3$ ආදේශය භාවිතයෙන්, $\int_3^4 \sqrt{\frac{x-3}{5-x}} dx$ අගයන්න.

(b) හින්න භාග භාවිතයෙන්, $\int \frac{1}{(x-1)(x-2)} dx$ සොයන්න.

$t > 2$ සඳහා $f(t) = \int_3^t \frac{1}{(x-1)(x-2)} dx$ යැයි ගනිමු.

$t > 2$ සඳහා $f(t) = \ln(t-2) - \ln(t-1) + \ln 2$ බව අපෝහනය කරන්න.

කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතයෙන්, $\int \ln(x-k) dx$ සොයන්න; මෙහි k යනු තාත්ත්වික නියතයකි.

එ හෙයින්, $\int f(t) dt$ සොයන්න.

(c) a හා b නියත වන $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(a+b-x) dx$ සූත්‍රය භාවිතයෙන්,

$$\int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos^2 x}{1+e^x} dx = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{e^x \cos^2 x}{1+e^x} dx \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

එ හෙයින්, $\int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos^2 x}{1+e^x} dx$ හි අගය සොයන්න.

16. $12x - 5y - 7 = 0$ හා $y = 1$ සරල රේඛාවල ඡේදන ලක්ෂ්‍යය වන A හි ඛණ්ඩාංක ලියා දක්වන්න.

l යනු මෙම රේඛාවලින් සෑදෙන සුළු කෝණයෙහි සමච්ඡේදකය යැයි ගනිමු. l සරල රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

P යනු l මත වූ ලක්ෂ්‍යයක් යැයි ගනිමු. P හි ඛණ්ඩාංක $(3\lambda + 1, 2\lambda + 1)$ ලෙස ලිවිය හැකි බව පෙන්වන්න; මෙහි $\lambda \in \mathbb{R}$ වේ.

$B \equiv (6, 0)$ යැයි ගනිමු. B හා P ලක්ෂ්‍ය විෂ්කම්භයක අන්ත ලෙස වූ වෘත්තයෙහි සමීකරණය $S + \lambda U = 0$ ලෙස ලිවිය හැකි බව පෙන්වන්න; මෙහි $S \equiv x^2 + y^2 - 7x - y + 6$ හා $U \equiv -3x - 2y + 18$ වේ.

$S = 0$ යනු AB විෂ්කම්භයක් ලෙස ඇති වෘත්තයෙහි සමීකරණය බව අපෝහනය කරන්න.

$U = 0$ යනු l ට ලම්බව, B හරහා යන සරල රේඛාවේ සමීකරණය බව පෙන්වන්න.

සියලු $\lambda \in \mathbb{R}$ සඳහා $S + \lambda U = 0$ සමීකරණය සහිත වෘත්ත මත වූ ද B වලින් ප්‍රතින්ත වූ ද අවල ලක්ෂ්‍යයෙහි ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

$S = 0$ මගින් දෙනු ලබන වෘත්තය, $S + \lambda U = 0$ මගින් දෙනු ලබන වෘත්තයට ප්‍රලම්බ වන පරිදි λ හි අගය සොයන්න.

17. (a) $\sin A$, $\cos A$, $\sin B$ හා $\cos B$ ඇසුරෙන් $\sin(A+B)$ ලියා දක්වා, $\sin(A-B)$ සඳහා එවැනි ප්‍රකාශනයක් ලබා ගන්න.

$$2 \sin A \cos B = \sin(A+B) + \sin(A-B) \text{ හා}$$

$$2 \cos A \sin B = \sin(A+B) - \sin(A-B)$$

බව අපෝහකය කරන්න.

එ නමින්, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ සඳහා $2 \sin 3\theta \cos 2\theta = \sin 7\theta$ විසඳන්න.

(b) ABC ත්‍රිකෝණයක $BD = DC$ හා $AD = BC$ වන පරිදි D ලක්ෂ්‍යය AC මත පිහිටා ඇත. $B\hat{A}C = \alpha$ හා $A\hat{C}B = \beta$ යැයි ගනිමු. සුදුසු ත්‍රිකෝණ සඳහා සයින් නීතිය භාවිතයෙන්, $2 \sin \alpha \cos \beta = \sin(\alpha + 2\beta)$ බව පෙන්වන්න.

$\alpha : \beta = 3 : 2$ නම්, ඉහත (a) හි අවසාන ප්‍රතිඵලය භාවිතයෙන්, $\alpha = \frac{\pi}{6}$ බව පෙන්වන්න.

(c) $2 \tan^{-1} x + \tan^{-1}(x+1) = \frac{\pi}{2}$ විසඳන්න. එ නමින්, $\cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right)\right) = \frac{3}{\sqrt{10}}$ බව පෙන්වන්න.
